Matematici aplicate în economie

II 265 657
BCU IASI

TESTE GRILĂ

Vasile DIACONIȚA
Gheorghe RUSU
Marius SPÎNU
Mihail AMARIEI

Editura SEDCOM LIBRIS

II 265 657
BCU IASI

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Vasile DIACONIȚA
Gheorghe RUSU
Marius SPÎNU
Mihail AMARIEI

MATEMATICI APLICATE ÎN ECONOMIE

TESTE GRILĂ

BCU "I.G. DUCA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Redactor: Petru RADU

Revizia textelor: Alina HUCAI

Tehnoredactare computerizată: Radu CREȚU

Concepția și realizarea copertei: Cristian Adrian OLARIU

Prepress: Ciprian TOȘCARIU

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

Matematici aplicate în economie: teste grilă / Vasile Diaconița, Gheorghe Rusu, Marius Spînu, Mihail Amariei. – Iași: Sedcom Libris, 2004
Bibliogr.
ISBN: 973-670-080-1

I. Diaconița, Vasile
II. Rusu, Gheorghe
III. Spînu, Marius
IV. Amariei, Mihail

51-7:33

Editura Sedcom Libris este acreditată de Consiliul Național al Cercetării Științifice din Învățământul Superior (C.N.C.S.I.S.).

Copyright © 2004, SEDCOM LIBRIS
Toate drepturile asupra prezentei ediții sunt rezervate Editurii Sedcom Libris, Iași. Reproducerea parțială sau integrală a textelor, prin orice mijloc, precum și a graficii copertei, fără acordul scris al Editurii Sedcom Libris, este interzisă și se va pedepsi conform legislației în vigoare.

Adresa: Șos. Moara de Foc nr. 4, Iași
Tel.: 0232.242.877; 234.582; fax: 0232.233.080
e-mail: editurasedcomlibris@yahoo.com; www.sedcom.ro

BCU - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Vasile DIACONIȚA
Marius SPÎNU
Gheorghe RUSU
Mihail AMARIEI

MATEMATICI APLICATE ÎN ECONOMIE

TESTE GRILĂ

0 000011 02776 BCU IAȘI

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ "M. EMINESCU" IAȘI
2. SEP. 2020
ADO

Editura SEDCOM LIBRIS
Iași, 2004

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Colectivul de autori:

Conf. dr. Vasile DIACONIȚA – Universitatea „AL. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică – .

Domenii de cercetare științifică:

- Mecanica mediilor continue (probleme de plasticitate pentru corpuri ortrotope etc.)
- Modelarea fenomenelor economice.

Lect. dr. Gheorghe RUSU – Universitatea „AL. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică – .

Domenii de cercetare științifică:

- Mecanica mediilor continue (probleme la limită pentru medii cu goluri etc.)
- Modelarea fenomenelor economice probabilistice.

Lect. dr. Marius-Teodor SPÎNU – Universitatea „AL. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică – .

Domenii de cercetare științifică:

- Mecanica mediilor continue (unde plane neomogene în medii cu microstructură etc.)
- Modelarea și optimizarea fenomenelor economice.

Asist. Mihail AMARIEI – Universitatea „AL. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică – .

Domenii de cercetare științifică:

- Aplicații ale matematicii în economie.

BCU IAȘI - BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ „M. EMINESCU" - IAȘI - BIBLIOTECA ACADEMIEI ROMÂNE - FILIALA IAȘI - 2 SEP. 2020

CUPRINS

Prefață 7

Capitolul 1
Transformări elementare 9

Capitolul 2
Elemente de algebră liniară 28

Capitolul 3
Elemente de programare liniară 54

Capitolul 4
Serii numerice. Serii de puteri 87

Capitolul 5
Funcții reale de *n* variabile reale 116

Bibliografie 140

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Colectivul de autori:

Conf. dr. Vasile DIACONIȚA – Universitatea „Al. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică –

Lect. dr. Gheorghe RUSU – Universitatea „Al. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică –

Lect. dr. Marius-Teodor SPÎNU – Universitatea „Al. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică –

Asist. Mihaiț ANDRIEȘ – Universitatea „Al. I. Cuza" Iași, Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor, Catedra de Informatică Economică – Colectivul de Matematică –

PREFAȚĂ

Lucrarea de față se adresează studenților economiști, putând fi considerată un material auxiliar al cursului de „Matematici aplicate în economie" și pe care îl considerăm deosebit de util, atât pentru o înțelegere cât mai bună a noțiunilor teoretice predate cât și în vederea unei bune pregătiri pentru examen.

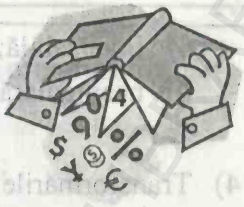
Materialul prezentat conține aproximativ 400 de teste grilă și urmărește întrutotul tematica și problematica cursului de „Matematici aplicate în economie"; este structurat pe cinci capitole și anume: cap. I *Transformări elementare*, cap. II *Elemente de algebră liniară*, cap. III *Probleme de programare liniară*, cap. IV *Serii numerice și serii de puteri*, cap. V *Elemente de analiză matematică*.

Avem încrederea că testele grilă prezentate, atât cele strict teoretice cât și cele teoretico-aplicative vor ajuta la o cât mai bună înțelegere a noțiunilor predate cât și la o mai bună fixare a acestora precum și a algoritmilor de lucru folosiți în rezolvarea efectivă a problemelor.

Autorii

BCU "M. EMINESCU" IAȘI
BCU "M. EMINESCU" IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY



Capitolul I

Transformări elementare

1) Care din următoarele operații efectuate asupra unei matrice este transformare elementară:
   a) adunarea unei linii la o coloană;
   b) înmulțirea unei linii cu scalarul $\alpha = 0$;
   c) schimbarea a două linii între ele;
   d) adunarea unei linii la o altă linie.

2) Numim *matrice elementară* o matrice:
   a) cu rangul egal cu 1;
   b) care se obține din matricea unitate prin transformări elementare;
   c) cu determinantul nenul;
   d) obținută din matricea unitate printr-o singură transformare elementară.

3) O *matrice elementară* este obligatoriu:
   a) pătratică;
   b) dreptunghiulară;

B.C.U. "M. EMINESCU" IAȘI

c) inversabilă;
d) nesingulară.

4) Transformările elementare se pot aplica:
a) numai matricelor pătratice;
b) oricărei matrice;
c) numai matricelor inversabile;
d) numai matricelor cu rang nenul.

5) Fie **B** o matrice obținută prin transformări elementare din matricea **A**. Atunci:
a) $rang\ \mathbf{A} = rang\ \mathbf{B}$;
b) $rang\ \mathbf{A} \neq rang\ \mathbf{B}$;
c) $rang\ \mathbf{A} < rang\ \mathbf{B}$;
d) $rang\ \mathbf{A} > rang\ \mathbf{B}$.

6) Matricele **A** şi **B** se numesc echivalente dacă:
a) au acelaşi rang;
b) **B** se obține din **A** prin transformări elementare;
c) sunt ambele pătratice şi de acelaşi ordin;
d) au determinanții nenuli.

7) Dacă **A**, **B** sunt matrice echivalente ($\mathbf{A} \square \mathbf{B}$) atunci:
a) **A**, **B** sunt matrice pătratice;
b) $rang\ \mathbf{A} = rang\ \mathbf{B}$
c) dacă $det\ \mathbf{A} = 0$ rezultă că şi $det\ \mathbf{B} = 0$;
d) dacă $det\ \mathbf{A} = 1$ rezultă că şi $det\ \mathbf{B} = 1$.

B.C.U. "M. EMINESCU" IAŞI
BCU IAŞI TRADIŢIE ŞI UNIVERSITY LIBRARY

8) Fie $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Dacă $rang\, A = r$, atunci prin transformări elementare se pot obține:
   a) cel puțin r coloane ale matricei unitate;
   b) cel mult r coloane ale matricei unitate;
   c) exact r coloane ale matricei unitate;
   d) toate coloanele matricei unitate.

9) Fie $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ cu $det\, A \neq 0$. Atunci:
   a) $rang\, A = n$;
   b) A este echivalentă cu matricea unitate I_n ($A \sim I_n$);
   c) prin transformări elementare putem determina inversa A^{-1};
   d) forma Gauss-Jordan a matricei A este I_n.

10) Pentru a afla inversa unei matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ prin transformări elementare, acestea se aplică:
   a) numai liniilor;
   b) numai coloanelor;
   c) atât liniilor, cât și coloanelor;
   d) întâi liniilor și apoi coloanelor.

11) Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ cu $det\, A = 1$, atunci forma Gauss-Jordan asociată va avea:
   a) o singură linie a matricei unitate I_n;
   b) toate liniile și toate coloanele matricei unitate I_n;

BCU "SPIRU HARET" UNIVERSITY LIBRARY

c) o singură coloană a matricei unitate $\mathbf{I}_n$;

d) numai o linie şi o coloană a matricei unitate $\mathbf{I}_n$.

12) Metoda de aflare a inversei unei matrice A cu transformări elementare se poate aplica:

a) oricărei matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$;

b) numai matricelor pătratice;

c) matricelor pătratice cu $det\ \mathbf{A} \neq 0$;

d) tuturor matricelor cu $rang\ \mathbf{A} \neq 0$.

13) Pentru aflarea inversei unei matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ prin transformări elementare, acestea se aplică:

a) direct asupra lui A;

b) asupra matricei transpuse $\mathbf{A}^T$;

c) matricei ataşate $\overline{\mathbf{B}} = [\mathbf{A} \vdots \mathbf{I}_n]$;

d) matricei ataşate $\overline{\mathbf{B}} = [\mathbf{I}_n \vdots \mathbf{A}^T]$.

14) Fie $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ şi $\overline{\mathbf{B}}$ matricea ataşată acesteia în metoda aflării inversei lui A prin transformări elementare. Atunci:

a) $\overline{\mathbf{B}} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$;

b) $\overline{\mathbf{B}} \in \mathcal{M}_{n,2n}(\mathbb{R})$;

c) $\overline{\mathbf{B}} \in \mathcal{M}_{2n,n}(\mathbb{R})$;

d) $\overline{\mathbf{B}} \in \mathcal{M}_{2n,2n}(\mathbb{R})$.

BCU ASE BIBLIOTECA UNIVERSITY LIBRARY

15) Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ şi $\overline{B}$ matricea ataşată lui A pentru determinarea lui A^{-1} prin transformări elementare. Dacă $\overline{B} \square \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & -4 \end{array}\right)$ atunci:

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$;

b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$;

c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$;

d) A^{-1} nu există.

16) Fie $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ şi $\overline{B}$ matricea ataşată lui A pentru determinarea lui A^{-1} prin transformări elementare. Dacă $\overline{B} \square \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{array}\right)$ atunci:

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;

b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;

BCU "ASACHI" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

d) A^{-1} nu există.

17) Aducând matricea A la forma Gauss-Jordan obținem:

a) A^{-1};

b) *rang* A;

c) *det* A;

d) A^T.

18) Dacă matricea $A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ este echivalentă cu matricea $A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ atunci:

a) *rang* $A = 2$;

b) *rang* $A = 1$;

c) *rang* $A = 3$;

d) *rang* A = *rang* A'.

19) Dacă matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ este echivalentă cu matricea $A' = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ atunci *rang* A este:

a) 2;

b) 3;

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) 1;

d) 0.

20) Dacă A este echivalentă cu matricea unitate I_3 ($A \square I_3$), atunci:

a) $rang\, A = 3$;

b) $det\, A \neq 0$;

c) $A = I_3$;

d) $A^{-1} = I_3$

21) Pivotul unei transformări elementare este întotdeauna:

a) nenul;

b) egal cu 0;

c) egal cu 1;

d) situat pe diagonala matricei.

22) Dacă matricea A este echivalentă cu $A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ atunci:

a) $rang\, A = 3$;

b) $rang\, A = 1$;

c) $det\, A \neq 0$;

d) A este inversabilă.

BCU "LUCIAN BLAGA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

23) Dacă matricea A este echivalentă cu matricea

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$ atunci:

a) $rang\, A = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$;

b) $rang\, A = 1 \Leftrightarrow \alpha = 1$;

c) $rang\, A \geq 2,\ (\forall)\alpha \in \mathbb{R}$;

d) $rang\, A = 3 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$;

24) Dacă matricele A şi A′ sunt echivalente ($A \square A'$) atunci:

a) au acelaşi rang;

b) sunt obligatoriu matrice inversabile;

c) sunt obligatoriu matrice pătratice;

d) se obţin una din alta prin transformări elementare.

25) Fie $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu $det\, A = \alpha$. Atunci forma Gauss-Jordan a lui A:

a) are acelaşi rang cu matricea A, $(\forall)\alpha \in \mathbb{R}$;

b) are acelaşi rang cu matricea A, numai pentru $\alpha = 0$;

c) coincide cu $I_3 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$;

d) are cel mult două coloane ale matricei unitate I_3, dacă $\alpha = 0$.

26) Două sisteme liniare de ecuaţii se numesc *echivalente* dacă:

a) au acelaşi număr de ecuaţii;

b) au acelaşi număr de necunoscute;

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) au aceleaşi soluţii;

d) matricele lor extinse sunt echivalente.

27) Matricea unui sistem liniar oarecare, în formă explicită, are:

a) forma Gauss-Jordan;

b) coloanele variabilelor principale, coloanele matricei unitate;

c) toate elementele de pe liniile variabilelor secundare nule;

d) elementele corespunzătoare de pe coloanele variabilelor secundare, nenegative.

28) Metoda Gauss-Jordan de rezolvare a sistemelor liniare prin transformări elementare se aplică:

a) numai sistemelor pătratice;

b) oricărui sistem liniar;

c) numai dacă rangul matricei sistemului este egal cu numărul de ecuaţii;

d) doar sistemelor compatibile nedeterminate.

29) Fie A şi $\overline{A}$ matricea, respectiv matricea lărgită a unui sistem liniar. Aplicând metoda Gauss-Jordan de rezolvare, se aplică transformări elementare asupra:

a) liniilor lui A şi coloanelor lui $\overline{A}$;

b) liniilor şi coloanelor lui $\overline{A}$;

c) liniilor lui $\overline{A}$;

d) coloanei termenilor liberi din $\overline{A}$.

BCU IASI - FIRST UNIVERSITY LIBRARY

30) Pentru a obține matricea unui sistem liniar sub formă explicită, se aplică transformări elementare:

a) numai coloanelor corespunzătoare variabilelor secundare;

b) numai coloanei termenilor liberi;

c) tuturor liniilor și coloanelor matricei extinse;

d) pentru a face coloanele variabilelor principale alese, coloanele matricei unitate.

31) Aplicând metoda Gauss-Jordan unui sistem liniar de ecuații, matricea extinsă $\overline{A}$ este echivalentă cu matricea $\overline{A}' = \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right)$. Atunci:

a) sistemul este compatibil determinat;

b) sistemul este compatibil nedeterminat;

c) sistemul este incompatibil;

d) variabilele principale alese sunt x_2 și x_4.

32) Matricea extinsă, corespunzătoare unui sistem liniar, în formă explicită este $\overline{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right)$. Atunci sistemul liniar:

a) este incompatibil;

b) este compatibil nedeterminat;

c) are soluția de bază: $x_1 = 4$, $x_2 = 2$, $x_3 = -1$, $x_4 = 0$;

d) are o infinitate de soluții.

BCU IAȘI - CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

33) Matricea extinsă corespunzătoare unui sistem liniar în formă explicită este $\bar{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{array}\right)$. Atunci sistemul liniar:

a) sistemul este compatibil nedeterminat;
b) variabilele principale alese sunt x_1, x_2, x_4;
c) sistemul este incompatibil;
d) soluția de bază corespunzătoare este: $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$, $x_4 = 3$.

34) Un sistem liniar de 2 ecuații cu 4 necunoscute, cu rangul matricei sistemului egal cu 2, are soluția de bază: $\mathbf{X} = (2,0,0,-1)^T$. Atunci $\mathbf{X}$ este:

a) admisibilă și nedegenerată;
b) admisibilă și degenerată;
c) neadmisibilă și nedegenerată;
d) neadmisibilă și degenerată.

35) Un sistem liniar cu 2 ecuații și 3 necunoscute admite soluția de bază $\mathbf{X} = (0,-1,0)^T$. Știind că x_2, x_3 sunt variabile principale, atunci soluția $\mathbf{X}$ este:

a) admisibilă;
b) neadmisibilă;
c) degenerată;
d) nedegenerată.

BCU TRANSILVANIA UNIVERSITY LIBRARY

36) Formei explicite a unui sistem liniar îi corespunde matricea $\overline{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{array}\right)$. Atunci soluția corespunzătoare este:

a) $x_1 = 2+\alpha-\beta$, $x_2 = -2+\alpha-\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$;

b) $x_1 = 2-\alpha+\beta$, $x_2 = -2-\alpha+\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$;

c) $x_1 = 2+\alpha-\beta$, $x_2 = -2-\alpha+\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$;

d) $x_1 = 2-\alpha-\beta$, $x_2 = -2+\alpha+\beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$.

37) Matricea extinsă corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar este $\overline{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right)$. Atunci soluția de bază corespunzătoare este:

a) $X = (1 \quad 1 \quad -1 \quad 0)^T$;

b) $X = (1 \quad 0 \quad 2 \quad 1)^T$;

c) $X = (1 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T$;

d) $X = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 1)^T$.

38) Pentru a se obține soluția de bază din forma explicită a unui sistem liniar de ecuații:

a) variabilele principale se egalează cu 0;

b) variabilele secundare se egalează cu 0;

c) toate variabilele se egalează cu 1;

d) se atribuie variabilelor secundare valori nenule distincte.

BCU "CAROL I" BUCUREȘTI - CENTRU UNIVERSITAR LIBRARY

39) Sistemele liniare de ecuații care admit soluții de bază sunt numai cele:

a) compatibile nedeterminate;
b) compatibile determinate;
c) incompatibile;
d) pătratice.

40) Soluția de bază $\mathbf{X}=(\alpha,0,\beta,0)^T$ a unui sistem liniar de două ecuații este neadmisibilă dacă:

a) $\alpha>0$ și $\beta>0$;
b) $\alpha<0$ și $\beta<0$;
c) $\alpha>0$ și $\beta<0$;
d) $\alpha<0$ și $\beta>0$.

41) Soluția de bază $\mathbf{X}=(0,0,\alpha,\beta)^T$ corespunzătoare unui sistem liniar cu 2 ecuații principale și 4 necunoscute este degenerată dacă:

a) $\alpha=0,\ \beta\neq 0$;
b) $\alpha\neq 0,\ \beta=0$;
c) $\alpha=0,\ \beta=0$;
d) $\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0$.

42) Fie n_B și n_E numărul soluțiilor de bază distincte, respectiv al formelor explicite, corespunzătoare unui sistem liniar compatibil nedeterminat. Atunci:

a) $n_B\leq n_E$;

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) $n_B \geq n_E$;

c) întotdeauna $n_B = n_E$;

d) obligatoriu $n_B > n_E$.

43) Fie soluţia de bază $\mathbf{X} = (1, \alpha, 0, \beta)^T$ corespunzătoare variabilelor principale x_1 şi x_4. Atunci $\mathbf{X}$ este admisibilă degenerată dacă:

a) $\alpha > 0,\ \beta = 0$;

b) $\alpha = 0,\ \beta = 0$;

c) $\alpha = 0,\ \beta > 0$;

d) $\alpha > 0,\ \beta > 0$;

44) Forma explicită a unui sistem liniar are matricea de forma:

$\overline{\mathbf{A}} = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$. Atunci soluţia de bază corespunzătoare $\mathbf{X}$ este:

a) $\mathbf{X} = (1 \quad 2 \quad -1 \quad 0)^T$;

b) $\mathbf{X} = (1 \quad -1 \quad 2 \quad 0)^T$;

c) $\mathbf{X} = (1 \quad 2 \quad 0 \quad -1)^T$;

d) $\mathbf{X} = (-1 \quad 2 \quad 1 \quad 0)^T$.

BCU ALICANTE UNIVERSITY LIBRARY

45) Forma explicită a unui sistem liniar are matricea de forma: $\overline{A}=\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Atunci soluția de bază corespunzătoare $\mathbf{X}$ este:

a) admisibilă;
b) degenerată;
c) neadmisibilă;
d) nedegenerată.

46) Fie $\overline{A}=\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \end{array}\right)$ matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar. Atunci sistemul este incompatibil dacă:

a) $\alpha=0$;
b) $\alpha=1$;
c) $\alpha=-1$;
d) $\alpha=2$.

47) Fie $\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \end{array}\right)$ matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar. Atunci sistemul este:

a) compatibil nedeterminat, dacă $\alpha=0$;
b) compatibil determinat, dacă $\alpha=1$;
c) incompatibil, dacă $\alpha\neq 0$;
d) incompatibil, dacă $\alpha=0$.

BCU "CAROL I" CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

48) Fie $\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta \end{array}\right)$ matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar. Atunci sistemul este compatibil nedeterminat, dacă:

a) $\alpha=0,\ \beta\neq 0$;

b) $\alpha\neq 0,\ \beta=0$;

c) $\alpha=0,\ \beta=0$;

d) $\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0$.

49) Fie $X=(1,1,\alpha,0,0)^T$ soluția de bază a unui sistem liniar de ecuații corespunzătoare variabilelor principale x_1, x_2, x_3. Atunci:

a) X este admisibilă, dacă $\alpha>0$;

b) X este degenerată, dacă $\alpha=0$;

c) X este neadmisibilă, dacă $\alpha=-1$;

d) X este nedegenerată, dacă $\alpha=1$.

50) Un sistem liniar de 2 ecuații și 4 necunoscute are matricea corespunzătoare unei forme explicite de forma: $\overline{A}=\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & \alpha \\ 0 & 1 & 1 & 2 & \beta \end{array}\right)$. Atunci soluția de bază corespunzătoare X este:

a) admisibilă, dacă $\alpha=1$ și $\beta=0$;

b) degenerată, dacă $\alpha<0$ și $\beta=0$;

BCU "ȘTEFAN CEL MARE" UNIVERSITY LIBRARY

c) neadmisibilă, dacă $\alpha > 0$ şi $\beta \geq 0$;

d) nedegenerată, dacă $\alpha < 0$ şi $\beta \leq 0$.

51) Un sistem de m ecuaţii liniare cu n necunoscute, $m < n$, are întotdeauna:

a) mai mult de C_n^m forme explicite;

b) cel mult C_n^m forme explicite;

c) exact C_n^m forme explicite;

d) $m+n$ forme explicite.

52) Un sistem de m ecuaţii liniare cu n necunoscute, $m < n$, are întotdeauna:

a) exact C_n^m soluţii de bază;

b) cel mult C_n^m soluţii de bază;

c) cel puţin C_n^m soluţii de bază;

d) $m+n$ soluţii de bază.

53) O soluţie de bază pentru un sistem cu m ecuaţii liniare cu n necunoscute, $m < n$, este degenerată dacă are:

a) exact m componente nenule;

b) mai mult de m componente nenule;

c) mai puţin de m componente nenule;

d) mai mult de $n-m$ componente nule.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

54) O soluție de bază pentru un sistem cu m ecuații liniare cu n necunoscute, $m < n$, este nedegenerată dacă:

a) are exact m componente nenule;
b) are mai mult de m componente nenule;
c) are mai puțin de m componente nenule;
d) are $n - m$ componente nule.

55) Pentru a transforma un sistem liniar de ecuații într-unul echivalent se folosesc transformări elementare asupra:

a) liniilor matricei sistemului;
b) coloanelor matricei sistemului;
c) liniilor și coloanelor matricei sistemului;
d) termenilor liberi ai sistemului.

56) Metoda grafică se folosește în rezolvarea sistemelor de inecuații liniare cu:

a) două necunoscute;
b) mai mult de trei necunoscute;
c) oricâte necunoscute;
d) exact trei necunoscute.

57) O soluție de bază pentru un sistem cu m ecuații liniare cu n necunoscute, $m < n$, este admisibilă dacă:

a) are majoritatea componentelor pozitive;
b) are mai mult de m componente pozitive;
c) are mai puțin de m componente negative;
d) are toate componentele nenegative.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

58) Fie A o matrice nenulă de tipul (m, n). Atunci matricea A admite inversă dacă:

a) $det\, A \neq 0$;

b) $m = n$ şi $det\, A \neq 0$;

c) $det\, A = 0$ şi $m = n$;

d) $det\, A = 1$ şi $m = n$.

59) Pentru a transforma un sistem liniar de ecuaţii într-unul echivalent, se folosesc:

a) transformări elementare aplicate liniilor matricei ataşate sistemului;

b) transformări elementare aplicate liniilor şi coloanelor matricei ataşate sistemului;

c) operaţii de adunare a coloanelor matricei ataşate sistemului;

d) toate operaţiile care se pot efectua asupra unei matrice.

60) O soluţie de bază a unui sistem liniar se obţine:

a) dând variabilelor principale valoarea 0;

b) dând variabilelor secundare valoarea 0;

c) dând variabilelor principale valori nenule;

d) dând variabilelor secundare valori strict pozitive.

BCU ALEXANDRU IOAN CUZA UNIVERSITY LIBRARY

Capitolul II

Elemente de algebră liniară

1. Un spațiu liniar X se numește *spațiu liniar real* dacă:
   a) elementele sale sunt numere reale;
   b) corpul peste care este definit coincide cu mulțimea numerelor naturale;
   c) mulțimea X este nevidă;
   d) operațiile definite pe X sunt operații cu numere reale.

2. Fie $(P_n(X),+,\cdot)$ spațiul liniar al polinoamelor de grad cel mult n. Atunci operațiile "+" și "·" reprezintă:
   a) adunarea și înmulțirea polinoamelor;
   b) adunarea polinoamelor și înmulțirea polinoamelor cu scalari reali;
   c) adunarea numerelor reale și înmulțirea polinoamelor;
   d) adunarea polinoamelor și înmulțirea numerelor reale.

3. Fie $(P_n(X),+,\cdot)$ spațiul liniar al polinoamelor de grad cel mult n. Atunci dimensiunea sa este:
   a) n;
   b) $n+1$;

BCU ASCHIM WEBSTORY

c) n^2;

d) $2n$.

4. Mulțimea soluțiilor unui sistem liniar formează un spațiu liniar dacă sistemul este:

a) incompatibil;

b) omogen;

c) compatibil determinat;

d) pătratic, cu rangul matricei egal cu numărul necunoscutelor.

5. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ astfel încât $\alpha_1\mathbf{x}_1 + \alpha_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \alpha_k\mathbf{x}_k = \mathbf{0}_n$. Atunci $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k$ sunt liniar independenți numai dacă:

a) $(\forall)\alpha_i = 0,\ i = \overline{1,k}$;

b) $(\exists)\alpha_i = 0$;

c) $\alpha_i \neq 0$, $(\forall)i = \overline{1,k}$;

d) $k > n$.

6. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ astfel încât $\alpha_1\mathbf{x}_1 + \alpha_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \alpha_k\mathbf{x}_k = \mathbf{0}_n$. Atunci $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k$ sunt liniar dependenți dacă:

a) $\alpha_i = 0$, $(\forall)i = \overline{1,k}$;

b) $(\exists)\alpha_i \neq 0$;

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $k > n$;

d) $\alpha_i \neq 0$, $(\forall) i = \overline{1,k}$.

7. Fie $\mathbf{X}$ un spațiu liniar și vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \in \mathbf{X}$ astfel încât $\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \alpha \mathbf{x}_3 = \mathbf{0}_X$. Atunci vectorii sunt:

a) liniari dependenți, dacă $\alpha = 0$;

b) liniar independenți, dacă $\alpha \neq 0$;

c) liniar dependenți, dacă $\alpha \neq 0$;

d) liniar independenți, dacă $\alpha = 0$.

8. Vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ sunt liniar independenți. Atunci:

a) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_{k-1}$ sunt liniar independenți;

b) $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{0}_n$, $(\forall) i = \overline{1,n}$;

c) $k \leq n$;

d) $\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{x}_k = \mathbf{0}_n$.

9. Fie $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \in \mathbb{R}^3$ vectori oarecare astfel încât $\mathbf{x}_3 = \mathbf{x}_1 - 2\mathbf{x}_2$. Atunci:

a) coordonatele lui $\mathbf{x}_3$ sunt 1 și –2;

b) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ nu formează o bază în $\mathbb{R}^3$;

c) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ sunt liniar dependenți;

d) deoarece $\mathbf{x}_1 - 2\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_3 = \mathbf{0}_3 \Rightarrow \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ sunt liniar independenți.

BCU "ȘTIINȚĂ CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

10. Fie $\mathbf{B}$ şi $\mathbf{B}'$ două baze din spaţiul liniar $\mathbb{R}^3$ şi $\mathbf{S}$ matricea schimbării de bază. Atunci $\mathbf{S}$ este:
    a) pătratică;
    b) inversabilă;
    c) dreptunghiulară;
    d) nesingulară ($det\,\mathbf{S} \neq 0$).

11. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$. Atunci ei formează o bază dacă:
    a) sunt liniar independenţi şi $k \neq n$;
    b) $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{0}_n$ şi $k = n$;
    c) sunt liniar independenţi şi $k = n$;
    d) $k = n$ şi din
    $$\alpha_1\mathbf{x}_1 + \alpha_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \alpha_k\mathbf{x}_k = \mathbf{0}_n \Rightarrow \alpha_i \neq 0, \ (\forall) i = \overline{1,k}.$$

12. Fie $\mathbf{B} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_k\}$ o bază în spaţiul liniar $\mathbf{X}$. Atunci:
    a) $dim\,\mathbf{X} = k$;
    b) $dim\,\mathbf{X} > k$;
    c) $dim\,\mathbf{X} < k$;
    d) $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{0}_{\mathbf{X}}, (\forall) i = \overline{1,k}$.

13. Fie $\mathbf{S}$ matricea de trecere de la o bază $\mathbf{B}$ la baza $\mathbf{B}'$ şi $u_{\mathbf{B}}$, respectiv $u_{\mathbf{B}'}$ coordonatele vectorului $\mathbf{u}$ în cele două baze. Atunci au loc relaţiile:
    a) $u_{\mathbf{B}} = \mathbf{S}u_{\mathbf{B}'}$ şi $u_{\mathbf{B}'} = \mathbf{S}^{-1}u_{\mathbf{B}}$;
    b) $u_{\mathbf{B}} = \mathbf{S}^T u_{\mathbf{B}'}$ şi $u_{\mathbf{B}'} = \mathbf{S}^{-1}u_{\mathbf{B}}$;

BCU TIMIŞOARA CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $u_B = S^T u_{B'}$ și $u_{B'} = (S^T)^{-1} u_B$;

d) $u_B = S^{-1} u_{B'}$ și $u_{B'} = S^T u_B$.

14. Fie $B = \{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ o bază în $\mathbb{R}^n$. Atunci:

a) $x_1, x_2, \ldots, x_k$ sunt liniar independenți;

b) $k < n$;

c) $k = n$;

d) $k > n$.

15. În spațiul liniar $\mathbb{R}^n$ există:

a) cel mult n baze;

b) exact n baze;

c) o singură bază;

d) o infinitate de baze.

16. Fie operatorul liniar $L: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ și 0_2, 0_3 vectorii nuli ai celor două spații. Atunci:

a) $L(0_2) = 0_2$;

b) $L(0_3) = 0_2$;

c) $L(0_2) = 0_3$;

d) $L(0_3) = 0_3$.

17. Dacă $L: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ este un operator liniar, atunci:

a) obligatoriu $m > n$;

b) obligatoriu $m < n$;

BCU IAȘI - CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

c) m și n sunt numere naturale oarecare, nenule;

d) obligatoriu $m = n$.

18. Fie $L : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ un operator liniar și $\ker L$ nucleul său. Dacă $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \ker L$, atunci:

a) $\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 \in \ker L$;

b) $\alpha\mathbf{x}_1 \in \ker L, \quad (\forall)\alpha \in \mathbb{R}$;

c) $\alpha\mathbf{x}_1 + \beta\mathbf{x}_2 \in \ker L, \quad (\forall)\alpha, \beta \in \mathbb{R}$;

d) $L(\mathbf{x}_1) = \mathbf{x}_2$.

19. Fie $L : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ un operator liniar și $\ker L$ nucleul său. Dacă $\mathbf{x} \in \ker L$, atunci:

a) $L(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_m$;

b) $L(\alpha\mathbf{x}) = \mathbf{0}_m, \quad (\forall)\alpha \in \mathbb{R}$;

c) $L(\alpha\mathbf{x}) = \mathbf{0}_m$, doar pentru $\alpha = 0$;

d) $L(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_n$.

20. Dacă $L : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ este un operator liniar și $\mathbf{A}$ matricea sa față de o pereche de baze $\mathbf{B}$, $\mathbf{B}'$ atunci:

a) $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$;

b) $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$;

c) $\mathbf{B}$, $\mathbf{B}'$ sunt baze în $\mathbb{R}^m$;

d) $\mathbf{B}$ este bază în $\mathbb{R}^m$ și $\mathbf{B}'$ este bază în $\mathbb{R}^n$.

BCU "LUCIAN BLAGA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

21. Fie $L:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ un operator liniar şi x un vector propriu pentru L. Atunci:

a) $(\exists!)\lambda \in \mathbb{R}$ astfel încât $L(\mathbf{x}) = \lambda \mathbf{x}$;

b) $L(\lambda \mathbf{x}) = \mathbf{x}, \quad (\forall)\lambda \in \mathbb{R}$;

c) $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}_n$;

d) $L(\mathbf{x}) = \lambda \mathbf{x}, \quad (\forall)\lambda \in \mathbb{R}$.

22. Fie $L:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ un operator liniar şi x un vector propriu corespunzător valorii proprii λ. Atunci:

a) $L(\mathbf{x}) = \lambda \mathbf{x}$;

b) dacă $L(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_n$ atunci $\mathbf{x} = \mathbf{0}_n$;

c) $L(\lambda \mathbf{x}) = \lambda^2 \mathbf{x}$;

d) dacă $L(\mathbf{x}) = \mathbf{0}_n$ atunci $\lambda = 0$.

23. Matricea ataşată unei forme liniare $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ este o matrice:

a) pătratică;

b) coloană;

c) linie;

d) inversabilă.

24. Dacă $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ este o formă liniară, atunci:

a) $f(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2, \quad (\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$;

b) $f(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) = f(\mathbf{x}_1) + f(\mathbf{x}_2), \quad (\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$;

c) $f(\alpha \mathbf{x}) = \alpha \mathbf{x}, \quad (\forall)\alpha \in \mathbb{R}$ şi $(\forall)\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$;

d) $f(\alpha \mathbf{x}) = \alpha f(\mathbf{x}), \quad (\forall)\alpha \in \mathbb{R}$ şi $(\forall)\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$;

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

25. Fie $L:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ un operator liniar. Atunci L devine o formă liniară dacă:

a) $n=1$;
b) $m=1$;
c) $n=1$ şi $m=1$;
d) $n=m$.

26. Fie $Q:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ o formă pătratică şi A matricea asociată acesteia. Atunci:

a) $\mathbf{A}=\mathbf{A}^T$;
b) $\mathbf{A}\in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$;
c) $\mathbf{A}\in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
d) A este inversabilă.

27. Fie forma pătratică $\begin{cases} Q:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \\ Q(\mathbf{x})=x_1^2+2x_2^2+x_3^2-2x_1x_2 \end{cases}$,

$(\forall)\mathbf{x}=(x_1,x_2,x_3)^T\in\mathbb{R}^3$. Atunci matricea asociată lui Q este:

a) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$;

b) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

c) $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

BCU IASI - UAIC UNIVERSITY LIBRARY

d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

28. Forma pătratică $Q : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ are matricea asociată $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Atunci Q are expresia:

a) $Q(x) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$;

b) $Q(x) = 2x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2$;

c) $Q(x) = 2x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2$;

d) $Q(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2$.

29. Forma pătratică $Q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ are forma canonică asociată: $Q(y) = 2y_1^2 + y_2^2 + \alpha y_3^2$. Atunci:

a) Q este pozitiv definită, dacă $\alpha > 0$;

b) Q este negativ definită, dacă $\alpha < 0$;

c) Q este semipozitiv definită, dacă $\alpha = 0$;

d) Q nu păstrează semn constant, dacă $\alpha < 0$.

30. Forma pătratică $Q : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ are matricea asociată $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$. Atunci forma canonică asociată este:

a) $Q(y) = -y_1^2 - y_2^2$;

b) $Q(y) = -y_1^2 + 3y_2^2$;

c) $Q(y) = 2y_1^2 - y_2^2$;

d) $Q(y) = -3y_1^2 + 7y_2^2$.

BCU "Ştefan cel Mare" UNIVERSITY LIBRARY

31. Forma pătratică $Q:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ are forma canonică asociată $Q(\mathbf{y})=ay_1^2+by_2^2$. Atunci Q este negativ definită dacă:

a) $a<0,\ b>0$;

b) $a>0,\ b<0$;

c) $a<0,\ b<0$;

d) $a>0,\ b>0$.

32. Fie $Q(\mathbf{y})=\frac{1}{\Delta_1}y_1^2+\frac{\Delta_1}{\Delta_2}y_2^2+\frac{\Delta_2}{\Delta_3}y_3^2$ forma canonică asociată formei pătratice $Q:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$. Atunci:

a) dacă $\Delta_1>0,\ \Delta_2>0,\ \Delta_3>0$, Q este pozitiv definită;

b) dacă $\Delta_1<0,\ \Delta_2<0,\ \Delta_3<0$, Q este negativ definită;

c) dacă $\Delta_1>0,\ \Delta_2<0,\ \Delta_3>0$, Q este semipozitiv definită;

d) dacă $\Delta_1<0,\ \Delta_2>0,\ \Delta_3<0$, Q este negativ definită.

33. Fie **A** matricea asociată formei pătratice $Q:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ şi $\Delta_1,\Delta_2,\ldots,\Delta_n$ minorii principali ai lui **A**. Pentru a aplica metoda lui Jacobi de aducere la forma canonică, trebuie obligatoriu ca:

a) $\Delta_i>0,\ (\forall)i=\overline{1,n}$;

b) $(\exists)\Delta_i\neq 0$, pentru $i=\overline{1,n}$;

c) $(\forall)\Delta_i=0$, pentru $i=\overline{1,n}$;

d) $\Delta_1=\Delta_2=\cdots=\Delta_n$.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

34. Formei pătratice oarecare $Q:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ i se poate asocia:

a) o unică formă canonică;

b) mai multe forme canonice, dar cu acelaşi număr de coeficienţi pozitivi, respectiv negativi;

c) o matrice pătratică şi simetrică;

d) o matrice pătratică şi inversabilă.

35. Forma pătratică $\begin{cases} Q:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \\ Q(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j \end{cases}$ spunem că este pozitiv definită dacă:

a) $a_{ij} > 0,\ (\forall) i, j = \overline{1,n}$;

b) $Q(\mathbf{x}) > 0,\ (\forall)\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n,\ \mathbf{x} \neq \mathbf{0}_n$;

c) $a_{ij} \geq 0,\ (\forall) i, j = \overline{1,n}$;

d) $(\exists)\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ astfel încât $Q(\mathbf{x}) > 0$.

36. Forma pătratică $\begin{cases} Q:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \\ Q(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j \end{cases}$ spunem că este seminegativ definită dacă:

a) $a_{ij} < 0,\ (\forall) i, j = \overline{1,n}$;

b) $Q(\mathbf{x}) \leq 0,\ (\forall)\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n,\ \mathbf{x} \neq \mathbf{0}_n$;

c) $(\exists) a_{ij} \leq 0$, pentru $i, j = \overline{1,n}$;

d) $(\exists)\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ astfel încât $Q(\mathbf{x}) \leq 0$.

BCU IASI/CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

37. Forma pătratică $Q:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ are forma canonică asociată: $Q(\mathbf{y})=-y_1^2+y_2^2-y_3^2$. Atunci:

a) Q este seminegativ definită;

b) Q este negativ definită;

c) $(\exists)\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\in\mathbb{R}^3$ astfel încât $Q(\mathbf{x}_1)<0$ şi $Q(\mathbf{x}_2)>0$;

d) $(\forall)\mathbf{x}\in\mathbb{R}^3$, $\mathbf{x}\neq\mathbf{0}_3$ avem $Q(\mathbf{x})<0$.

38. Forma pătratică $\begin{cases} Q:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R} \\ Q(\mathbf{x})=\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}x_ix_j \end{cases}$ are forma canonică asociată: $Q(\mathbf{y})=\alpha_1y_1^2+\alpha_2y_2^2+\cdots+\alpha_ny_n^2$. Atunci Q este degenerată dacă:

a) $(\exists)a_{ij}=0$, pentru $i,j=\overline{1,n}$;

b) $(\exists)\mathbf{x}\in\mathbb{R}^n$ astfel încât $Q(\mathbf{x})=0$;

c) $(\exists)\alpha_i=0$, pentru $i=\overline{1,n}$;

d) $Q(\mathbf{x})=0\Leftrightarrow\mathbf{x}=\mathbf{0}_n$.

39. Fie $Q(\mathbf{y})=\alpha_1y_1^2+\alpha_2y_2^2+\alpha_3y_3^2$ forma canonică asociată formei pătratice $Q:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$. Atunci Q nu păstrează semn constant dacă:

a) $\alpha_1>0,\ \alpha_2<0,\ \alpha_3>0$;

b) $\alpha_1<0,\ \alpha_2=0,\ \alpha_3<0$;

c) $\alpha_1>0,\ \alpha_2>0,\ \alpha_3=0$;

d) $\alpha_1>0,\ \alpha_2<0,\ \alpha_3\in\mathbb{R}$.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

40. Metoda lui Jacobi de a obține forma canonică, se poate aplica în cazul formelor pătratice:

a) pozitiv definite;
b) semipozitiv definite;
c) negativ definite;
d) seminegativ definite.

41. Fie operatorul liniar $\begin{cases} L:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \\ L(\mathbf{x}) = (x_1 + x_3, 2x_1 - x_2)^T \end{cases}$, $(\forall)\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$. Atunci matricea operatorului în bazele canonice ale celor două spații are forma:

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$;

b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

c) $\begin{cases} (1-\lambda)x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + (1-\lambda)x_2 = 0 \end{cases}$;

d) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

42. Matricea operatorului $L:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ față de baza canonică din $\mathbb{R}^2$ are expresia $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Atunci operatorul L are expresia:

a) $L(\mathbf{x}) = (x_1 - x_2, 2x_1)^T$;
b) $L(\mathbf{x}) = (x_1 + 2x_2, -x_1)^T$;

BCU MUSICENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $L(\mathbf{x}) = (2x_1, x_1 - x_2)^T$;

d) $L(\mathbf{x}) = (x_1 - x_2, 2x_2)^T$.

43. Pentru a se determina valorile proprii ale operatorului $L : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ cu matricea corespunzătoare $\mathbf{A}$, se rezolvă ecuația:

a) $det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_n) = 0$;

b) $det(\mathbf{A}^T - \lambda) = 0$;

c) $det(\mathbf{A}^T - \lambda \mathbf{I}_n) = 0$;

d) $det(\mathbf{A}^T + \lambda \mathbf{I}_n) = 0$.

44. Operatorul liniar $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ are matricea $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Atunci ecuația caracteristică pentru obținerea valorilor proprii are forma:

a) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$;

b) $\begin{vmatrix} \lambda-1 & 2 \\ 3 & \lambda+1 \end{vmatrix} = 0$;

c) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 3 \\ 2 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$;

d) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2-\lambda \\ 3-\lambda & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

45. Fie operatorul liniar $L:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ cu matricea $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

Atunci ecuația caracteristică corespunzătoare este:

a) $\lambda^2+2\lambda+1=0$;

b) $\lambda^2-\lambda+1=0$;

c) $\lambda^2-2\lambda+1=0$;

d) $\lambda^2-2\lambda-1=0$.

46. Fie operatorul liniar $L:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$. Atunci:

a) ecuația caracteristică are gradul 3;

b) ecuația caracteristică are gradul 2;

c) operatorului nu i se poate ataşa ecuația caracteristică;

d) matricea operatorului $\mathbf{A}\in\mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$.

47. Operatorul $L:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ are matricea $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & -2\end{pmatrix}$. Atunci, valorile proprii ale lui L sunt:

a) $\lambda_1=2,\ \lambda_2=0$;

b) $\lambda_1=-1,\ \lambda_2=-2$;

c) $\lambda_1=2,\ \lambda_2=-2$;

d) $\lambda_1=-1,\ \lambda_2=0$.

48. Fie $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ matricea ataşată operatorului $L:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$.

Atunci:

a) valorile proprii ale lui L sunt: $\lambda_1=1,\ \lambda_2=1$;

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) valorile proprii ale lui L sunt: $\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = 2$;

c) operatorul nu are valori proprii reale deoarece $det\ A = 0$;

d) sistemul caracteristic ataşat este $\begin{cases} (1-\lambda)x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + (1-\lambda)x_2 = 0 \end{cases}$.

49. Operatorul $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ are valorile proprii $\lambda_1 = 1$ şi $\lambda_2 = 2$. Atunci:

a) dacă x_1 este vector propriu pentru $\lambda_1 \Rightarrow x_1$ este vector propriu pentru λ_2;

b) dacă x_1 este vector propriu pentru $\lambda_1 \Rightarrow \alpha x_1$ este vector propriu pentru λ_1, pentru $(\forall)\alpha \in \mathbb{R}^*$

c) dacă x_1, x_2 sunt vectori proprii pentru λ_1, respectiv $\lambda_2 \Rightarrow$ x_1, x_2 sunt liniar independenţi;

d) există o bază faţă de care matricea operatorului are forma $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

50. Fie operatorul $\begin{cases} L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \\ L(x) = (x_1 + x_2, x_1)^T \end{cases}$. Atunci:

a) $ker\ L = \{(0,0)^T\}$;

b) $ker\ L = \{(\alpha, -\alpha)^T \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$;

c) $ker\ L = \{(\alpha + \beta, \alpha)^T \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$;

d) $ker\ L = \{(\alpha, 0)^T \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

51. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?
   a) orice spațiu liniar este grup abelian;
   b) orice grup abelian este spațiu liniar;
   c) există spații liniare care nu sunt grupuri abeliene;
   d) există grupuri abeliene care nu sunt spații liniare.

52. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^m$ și $\mathbf{A}$ matricea componentelor acestora. Atunci:
   a) vectorii sunt liniar independenți dacă $rang\, \mathbf{A} = m$;
   b) vectorii sunt liniar dependenți dacă $rang\, \mathbf{A} < m$;
   c) vectorii sunt liniar dependenți dacă $rang\, \mathbf{A} > m$;
   d) vectorii sunt liniar independenți dacă $rang\, \mathbf{A} \neq 0$.

53. În spațiul $\mathbb{R}^n$ o mulțime de vectori liniar independenți poate avea:
   a) cel mult n vectori;
   b) cel puțin n vectori;
   c) exact n vectori;
   d) o infinitate de vectori.

54. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^m$ și $\mathbf{A}$ matricea componentelor acestora. Atunci sunt liniar dependenți, dacă:
   a) $rang\, \mathbf{A} = m$;
   b) $rang\, \mathbf{A} > m$;
   c) $rang\, \mathbf{A} < m$;
   d) $det\, \mathbf{A} = 0$.

BCU "MIHAIL KOGĂLNICEANU" LIBRARY

55. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^m$ și A matricea componentelor acestora. Atunci sunt liniar independenți, dacă:
   a) $rang\ \mathrm{A} = m$;
   b) $rang\ \mathrm{A} > m$;
   c) $rang\ \mathrm{A} < m$;
   d) $det\ \mathrm{A} \neq 0$.

56. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n$ liniar independenți. Atunci, vectorii:
   a) formează o bază în $\mathbb{R}^n$, $(\forall) m, n \in \mathbb{N}$;
   b) nu formează o bază în $\mathbb{R}^n$, pentru nici o valoare a lui m;
   c) formează o bază în $\mathbb{R}^n$, numai dacă $m = n$;
   d) nu conțin vectorul nul.

57. Mulțimea $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m$ este formată din vectori liniar dependenți. Atunci:
   a) oricare dintre vectori se exprimă ca o combinație liniară de ceilalți;
   b) cel puțin un vector se poate exprima ca o combinație liniară de ceilalți;
   c) nici unul din vectori nu se exprimă ca o combinație liniară de ceilalți;
   d) poate conține vectorul nul.

58. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^n$, $n > 3$, liniar independenți. Atunci:
   a) vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ formează o bază în $\mathbb{R}^n$;

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) vectorii $x_1, x_2, \ldots, x_k$ sunt liniar independenți, $(\forall)k = \overline{1,n}$;

c) vectorii x_1, x_2, x_3 formează o bază în $\mathbb{R}^3$;

d) x_1, x_2, x_3 sunt liniar independenți.

59. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

a) orice submulțime a unei mulțimi de vectori liniar independenți este tot liniar independentă;

b) o submulțime a unei mulțimi de vectori liniar dependenți este tot liniar dependentă;

c) coordonatele unui vector în baza canonică din $\mathbb{R}^n$ coincid cu componentele acestuia;

d) dacă o mulțime de vectori nu conține vectorul nul, atunci este liniar independentă.

60. Coordonatele unui vector din $\mathbb{R}^n$:

a) sunt unice relativ la o bază fixată;

b) se schimbă la schimbarea bazei;

c) sunt aceleași în orice bază;

d) în baza canonică, coincid cu componentele vectorului.

61. Un sistem de n vectori din $\mathbb{R}^n$, care conține vectorul nul:

a) este liniar independent;

b) este liniar dependent;

c) nu formează o bază în $\mathbb{R}^n$;

d) nu se poate spune nimic despre natura sa.

BCU CLUJ / UAIC FILIALA LIBRARY

62. Coordonatele unui vector în două baze care diferă printr-un singur vector sunt:

a) diferite;
b) aceleaşi, cu excepţia unei singure coordonate;
c) aceleaşi, datorită unicităţii coordonatelor într-o bază;
d) totdeauna nenule.

63. Dimensiunea unui spaţiu vectorial este egală cu:

a) numărul vectorilor dintr-o bază;
b) numărul maxim de vectori liniar independenţi;
c) numărul vectorilor din spaţiul considerat;
d) numărul de baze din spaţiu.

64. Matricea schimbării de bază este:

a) o matrice pătratică;
b) o matrice inversabilă;
c) formată din coordonatele vectorilor unei baze descompuşi în cealaltă bază;
d) formată din coordonatele unui vector descompus în cele două baze.

65. Fie aplicaţia $L:\mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$. Atunci L este un operator liniar dacă:

a) $L(\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2)=L(\mathbf{x}_1)+L(\mathbf{x}_2),\ (\forall)\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\in\mathbb{R}^m$;
b) $L(\alpha\mathbf{x})=\alpha L(\mathbf{x}),\ (\forall)\alpha\in\mathbb{R},(\forall)\mathbf{x}\in\mathbb{R}^m$;
c) $L(\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2)=L(\mathbf{x}_1)+L(\mathbf{x}_2)$ şi
$L(\alpha\mathbf{x})=\alpha L(\mathbf{x}),\ (\forall)\alpha\in\mathbb{R},(\forall)\mathbf{x},\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\in\mathbb{R}^m$;
d) $m=n$.

66. Aplicația $L:\mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ este un operator liniar. Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate:

a) $L(\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2)=L(\mathbf{x}_1)+L(\mathbf{x}_2),\ (\forall)\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\in\mathbb{R}^m$;

b) $L(\alpha\mathbf{x})=\alpha L(\mathbf{x}),\ (\forall)\mathbf{x}\in\mathbb{R}^m,(\forall)\alpha\in\mathbb{R}$;

c) $L(\alpha\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2)=\alpha L(\mathbf{x}_1)+\mathbf{x}_2,\ (\forall)\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\in\mathbb{R}^m,(\forall)\alpha\in\mathbb{R}$;

d) $L(\alpha\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2)=\alpha L(\mathbf{x}_1)+L(\mathbf{x}_2),\ (\forall)\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2\in\mathbb{R}^m$ și $(\forall)\alpha\in\mathbb{R}$.

67. Fie $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ vectori proprii pentru operatorul liniar $L:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ corespunzători la două valori proprii distincte. Atunci:

a) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ sunt liniar independenți;

b) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ pot fi liniar dependenți;

c) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ sunt totdeauna liniar dependenți;

d) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ aparțin aceluiași spațiu propriu.

68. Fie $L:\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}^n$ un operator liniar și A matricea sa. Atunci:

a) $\mathbf{A}\in\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$;

b) $\mathbf{A}\in\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$;

c) $\mathbf{A}\in\mathcal{M}_{n}(\mathbb{R})$;

d) obligatoriu, $det\,\mathbf{A}\neq 0$.

69. Fie $L:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ un operator liniar. Atunci:

a) L are cel puțin o valoare proprie reală;

b) L are numai valori reale proprii;

c) nu se poate pune problema valorilor proprii pentru L;

d) matricea lui L este dreptunghiulară.

70. Operatorul $L:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ are n valori proprii distincte $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ cărora le corespund vectorii proprii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$. Atunci:

a) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ formează o bază în $\mathbb{R}^n$;

b) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ sunt liniar dependenți;

c) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ sunt din același subspațiu propriu;

d) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ sunt liniar independenți.

71. Fie operatorul liniar $L:\mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ liniar oarecare. Atunci:

a) $\ker L \subset \mathbb{R}^m$;

b) $\ker L \subset \mathbb{R}^n$;

c) $\ker L = \{\theta_{\mathbb{R}^n}\}$;

d) $\ker L$ este subspațiu liniar.

72. Unui operator liniar $L:\mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ i se poate asocia:

a) o matrice unică relativ la o pereche de baze fixate;

b) o infinitate de matrice relative la perechi de baze oarecare;

c) $m \cdot n$ matrice;

d) cel mult m matrice.

73. Nucleul unui operator liniar $L:\mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ este:

a) un subspațiu liniar;

b) o mulțime de vectori din $\mathbb{R}^m$;

c) o mulțime de vectori liniar independenți din $\mathbb{R}^n$;

d) mulțimea formată numai din vectorul nul al lui $\mathbb{R}^m$.

74. Un operator liniar $L:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ are:

a) cel mult n valori proprii distincte;

b) o infinitate de valori proprii;

c) un singur vector propriu pentru fiecare valoare proprie;

d) o infinitate de vectori proprii, pentru fiecare valoare proprie.

75. În spațiul $\mathbb{R}^n$, o mulțime de vectori liniar independenți poate fi formată din:

a) mai puțin de n vectori;

b) cel puțin n vectori;

c) exact n vectori;

d) cel mult un vector.

76. Fie vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n$, vectorii liniar independenți. Atunci ei:

a) formează o bază în $\mathbb{R}^n$, dacă $m < n$;

b) nu formează o bază în $\mathbb{R}^n$, dacă $m > n$;

c) formează o bază în $\mathbb{R}^n$, dacă $m = n$;

d) formează o bază în $\mathbb{R}^n$, pentru $(\forall) m, n \in \mathbb{N}^*$.

77. Coordonatele unui vector din $\mathbb{R}^n$:

a) sunt unice relativ la o bază;

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) nu se schimbă la schimbarea bazei;
c) sunt în număr de n;
d) sunt totdeauna nenule.

78. Un sistem de m vectori din $\mathbb{R}^n$ care conține vectorul nul:
a) este întotdeauna liniar dependent;
b) este liniar dependent numai dacă $m = n$;
c) poate forma o bază în $\mathbb{R}^n$ dacă $m = n$;
d) nu formează o bază în $\mathbb{R}^n$.

79. Dimensiunea unui spațiu liniar este egală cu:
a) numărul vectorilor dintr-o bază;
b) numărul de vectori liniar dependenți;
c) numărul vectorilor din spațiul liniar;
d) numărul de baze din spațiul liniar.

80. Matricea unei forme pătratice oarecare este o matrice:
a) inversabilă;
b) pătratică;
c) simetrică;
d) cu elementele de pe diagonala principală, nenule.

81. Dacă avem relația $\mathbf{x}_1 = \alpha \mathbf{x}_2$ atunci vectorii:
a) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ sunt liniar independenți, $(\forall)\alpha \in \mathbb{R}$;
b) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ sunt liniar dependenți numai dacă $\alpha \neq 0$;
c) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ sunt liniar dependenți, $(\forall)\alpha \in \mathbb{R}$;
d) $\mathbf{x}_1$ și $\mathbf{x}_2$ sunt liniar independenți, dacă $\alpha \neq 0$.

BCU "ASCENT PUBLIC UNIVERSITY LIBRARY"

82. O formă pătratică este pozitiv definitivă dacă forma canonică ataşată acesteia:
   a) are coeficienţii pozitivi;
   b) are o parte din coeficienţi pozitivi;
   c) se obţine numai cu metoda lui Gauss;
   d) are coeficienţii cu semne alternate.

83. O soluţie de bază a unui sistem liniar se obţine:
   a) dând variabilelor principale, valoarea 0;
   b) dând variabilelor secundare, valoarea 0;
   c) dând variabilelor principale, valori nenule;
   d) dând variabilelor secundare, valori strict pozitive.

84. O formă liniară este pozitiv definită dacă:
   a) are toţi coeficienţii pozitivi;
   b) matricea ataşată formei liniare are determinantul pozitiv;
   c) coeficienţii matricei ataşate formei liniare sunt toţi pozitivi;
   d) pozitiva definire se referă numai la formele pătratice.

85. Dacă suma a n vectori din $\mathbb{R}^n$ este egală cu vectorul nul atunci:
   a) vectorii sunt liniar independenţi;
   b) vectorii sunt liniar dependenţi;
   c) cel puţin unul se scrie ca o combinaţie liniară de restul;
   d) nu formează o bază în $\mathbb{R}^n$.

BCU "MIHAIL KOGĂLNICEANU" UNIVERSITY LIBRARY

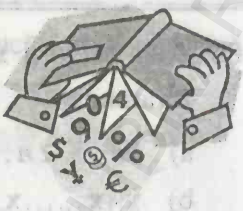
86. Dacă vectorii $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ formează o bază în spațiul liniar X, atunci:
   a) $dim\, \mathrm{X} \geq n$;
   b) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_n$ sunt liniar independenți;
   c) $dim\, \mathrm{X} = n$;
   d) $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_{n-1}$ sunt liniar independenți.

87. Matricea asociată unui operator liniar oarecare $L: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$:
   a) este simetrică;
   b) depinde de bazele considerate în cele două spații;
   c) este inversabilă, dacă $m = n$;
   d) este pătratică.

88. Nucleul unui operator liniar $L: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$:
   a) este format din vectorii proprii corespunzători lui L;
   b) conține totdeauna vectorul nul al spațiului $\mathbb{R}^m$;
   c) este subspațiu liniar;
   d) nu conține vectorul nul al spațiului $\mathbb{R}^n$.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Capitolul III



Elemente de programare liniară

1. O problemă de programare liniară are întotdeauna:
   a) funcția obiectiv liniară;
   b) coeficienții funcției obiectiv nenuli;
   c) restricțiile liniare;
   d) matricea sistemului de restricții, pătratică.

2. În forma vectorială, o problemă de programare liniară are vectorii $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \ldots, \mathbf{P}_n$ definiți de:
   a) liniile matricei A corespunzătoare sistemului de restricții;
   b) coloanele matricei A corespunzătoare sistemului de restricții;
   c) coeficienții funcției obiectiv *f*;
   d) termenii liberi ai sistemului de restricții.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

3. În forma standard o problemă de programare liniară are întotdeauna:
   a) coeficienții funcției obiectiv nenegativi;
   b) coeficienții necunoscutelor din sistemul de restricții, nenegativi;
   c) restricțiile de tip ecuație;
   d) coeficienții funcției obiectiv nenuli.

4. Într-o problemă de programare liniară condițiile de nenegativitate cer ca:
   a) coeficienții funcției obiectiv să fie nenegativi;
   b) termenii liberi ai sistemului de restricții să fie nenegativi;
   c) funcția obiectiv să ia valori nenegative;
   d) necunoscutele problemei să fie nenegative.

5. Pentru a aplica algoritmul Simplex de rezolvare a unei probleme de programare liniară, aceasta trebuie să fie în forma:
   a) canonică;
   b) vectorială;
   c) standard;
   d) artificială.

6. Pentru a aduce o problemă de programare liniară de *maxim* la una de *minim* se folosește relația:
   a) $max(f) = -min(f)$;
   b) $max(f) = min(-f)$;

BCU SIBIU LIBRARY

c) $max(f) = -min(-f)$;

d) $max(f) = min(f)$.

7. O mulțime $M \subset \mathbb{R}^n$ se numește convexă dacă:

a) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in M$ a.î. $\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \in M$, $(\forall)\lambda \in \mathbb{R}$;

b) $(\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in M$, $(\exists)\lambda \in [0,1]$ a.î. $\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \in M$;

c) $(\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in M$ si $(\forall)\lambda \in [0,1]$ avem: $\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \in M$;

d) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in M$ si $(\exists)\lambda \in [0,1]$ a.î. $\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \in M$.

8. Combinația liniară "$\lambda_1\mathbf{x}_1 + \lambda_2\mathbf{x}_2 + \lambda_3\mathbf{x}_3$" este convexă dacă:

a) $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$;

b) $\lambda_i \in [0,1]$, $(\forall)i = \overline{1,3}$ şi $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$;

c) $\lambda_i \in [0,1]$, $(\forall)i = \overline{1,3}$ şi $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$;

d) $\lambda_i \in \mathbb{R}$, $(\forall)i = \overline{1,3}$ şi $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$.

9. Dacă $M \subset \mathbb{R}^n$ este o mulțime convexă spunem că $\mathbf{x} \in M$ este vârf (punct extrem) al mulțimii M dacă:

a) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$, $(\exists)\lambda \in [0,1]$ a.î. $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$;

b) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in M$, $(\exists)\lambda \in [0,1]$ a.î. $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$;

c) $(\exists)\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2 \in M$, $(\exists)\lambda \in (0,1)$ a.î. $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$;

d) $(\forall)\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$, $(\exists)\lambda \in (0,1)$ a.î. $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$.

BCU Cluj / UNIVERSITATEA LIBRARY

10. Fie S_A mulțimea soluțiilor admisibile ale unei probleme de programare liniară. Atunci:

a) $(\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A \Rightarrow \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \in S_A$, $(\forall)\lambda \in [0,1]$;

b) $(\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A$, $(\exists)\lambda \in [0,1]$ a.î. $\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \notin S_A$;

c) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A$ a.î. $\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \notin S_A$, $(\forall)\lambda \in [0,1]$;

d) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A$ și $(\exists)\lambda \in [0,1]$ a.î. $\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \notin S_A$.

11. Fie S_A și S_{AB} mulțimea soluțiilor admisibile, respectiv mulțimea soluțiilor admisibile de bază a unei probleme de programare liniară. Atunci, dacă $\mathbf{x} \in S_{AB}$ rezultă că:

a) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A$, $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2$ și $(\exists)\lambda \in (0,1)$ a.î. $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$;

b) $(\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A$, $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2$ avem $\mathbf{x} \neq \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$, $(\forall)\lambda \in [0,1]$;

c) $(\exists)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A$, $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2$ și $(\exists)\lambda \in (0,1)$ a.î. $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$;

d) $(\forall)\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S_A$ și $(\forall)\lambda \in (0,1)$ avem: $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2$.

12. Fie S_A, S_{AB}, S_O mulțimile soluțiilor admisibile, de bază admisibile, respectiv optime pentru o problemă de programare liniară. Atunci:

a) $S_A \supset S_{AB} \supset S_O$;

b) $S_O \supset S_A$;

c) S_A, S_{AB}, sunt mulțimi convexe;

d) S_A, S_O sunt mulțimi convexe.

BCU "MOSTENIREA" UNIVERSITARY

13. În rezolvarea unei probleme de programare liniară cu algoritmul Simplex se aplică:
   a) întâi criteriul de intrare în bază, apoi criteriul de ieşire din bază;
   b) întâi criteriul de ieşire din bază, apoi criteriul de intrare în bază;
   c) criteriul de intrare şi de ieşire din bază în orice ordine dorim;
   d) criteriul de optim la fiecare etapă a algoritmului.

14. Dacă x_1 şi x_2 sunt două soluţii optime distincte ($x_1, x_2 \in S_O$) ale unei probleme de programare liniară, atunci:
   a) $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S_O$, $(\forall)\lambda \in [0,1]$;
   b) S_O are o infinitate de elemente;
   c) $f(x_1) = f(x_2)$, cu $f(x)$ funcţia obiectiv;
   d) S_O este finită.

15. O problemă de programare liniară cu cerinţe de minim are următorul tabel Simplex:

B	C_B	P_0	2	-1	-3	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_1	2	1	1	0	2	-1	1
P_2	-1	3	0	1	3	2	1
z_j-c_j		-1	0	0	4	-4	1

Atunci:
   a) intră în bază P_3;
   b) intră în bază P_5;

c) iese din bază P_1;

d) iese din bază P_2.

16. Fie următorul tabel Simplex al unei probleme de programare liniară:

B	C_B	P_0	-1	-3	2	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	2	1	0	2	1	1	1
P_1	-1	1	1	-1	0	2	-1
z_j-c_j		1	0	α	0	0	3

Atunci:

a) $\alpha = 2$;

b) $\alpha = 5$;

c) $\alpha = 4$;

d) $\alpha = 8$.

17. O problemă de programare liniară are următorul tabel Simplex:

B	C_B	P_0	2	1	3	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_3	3	2	0	-1	1	-1
P_1	2	1	1	1	0	3
z_j-c_j		f	α	-2	0	3

Atunci:

a) $f = 3,\ \alpha = 2$;

b) $f = 8,\ \alpha = 2$;

c) $f = 8,\ \alpha = 0$;

d) $f = 3,\ \alpha = -1$.

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

18. O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are următorul tabel Simplex:

B	C_B	P_0	2	0	-1	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_2	0	1	1	1	0	-3
P_3	-1	3	-1	0	1	-1
z_j-c_j		-3	-1	0	0	1

Atunci soluția optimă a problemei este:

a) $\mathbf{x}_0 = (0,-1,0,0)^T$;

b) $\mathbf{x}_0 = (1,3,0,0)^T$;

c) $\mathbf{x}_0 = (0,1,3,0)^T$;

d) problema are optim infinită.

19. O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are următorul tabel Simplex:

B	C_B	P_0	2	2	-1	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_2	2	2	0	1	-2	-1
P_1	2	1	1	0	1	-2
z_j-c_j		f	0	0	-1	-6

Atunci:

a) $f = 3$ și soluția optimă este $\mathbf{x}_0 = (2,1,0,0)^T$;

b) $f = 6$ și soluția optimă este $\mathbf{x}_0 = (2,1,0,0)^T$;

c) $f = 6$ și soluția optimă este $\mathbf{x}_0 = (1,2,0,0)^T$;

d) problema admite soluție optimă unică.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

20. O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are următorul tabel Simplex:

B	C_B	P_0	-1	-2	-1	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_2	-2	3	1	1	0	-1	1
P_3	-1	1	4	0	1	2	1
z_j-c_j		-7	-5	0	0	0	-3

Atunci:

a) vectorul P_1 va intra în bază;

b) vectorul P_3 va ieşi din bază;

c) problema admite soluția optimă unică $\mathbf{x}_0 = (0,3,1,0,0)^T$;

d) problema are o infinitate de soluții optime.

21. Care din elementele următorului tabel Simplex nu sunt corecte?

B	C_B	P_0	2	1	3	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	3	1	2	0	1	1	1
P_2	1	2	1	1	0	1	-1
z_j-c_j		3	3	0	0	4	-2

a) elementele de pe coloana C_B;

b) diferențele $z_1 - c_1$ şi $z_5 - c_5$;

c) valoarea funcției obiectiv;

d) componentele vectorului P_3.

BCU "MIHAIL EMINESCU" LIBRARY

22. În următorul tabel Simplex pentru o problemă de transport cu cerințe de minim:

B	C_B	P_0	2	-1	2	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_1	2	3	1	-1	2	0	1
P_4	0	1	0	3	-1	1	3
z_j-c_j		6	0	-1	2	0	2

a) diferența $z_2 - c_2$ este greșit calculată;

b) intră în bază P_3 sau P_5;

c) iese din bază P_4 dacă intră P_5;

d) iese din bază P_4 dacă intră P_3.

23. În tabelul Simplex de mai jos, cu cerințe de minim pentru funcția obiectiv

B	C_B	P_0	2	-2	3	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_4	0	3	-1	0	-1	1
P_2	-2	1	2	1	-2	0
z_j-c_j		-2	-6	0	α	0

a) $\alpha = -8$ și problema admite soluție unică;

b) $\alpha = 1$ și P_3 intră în bază, iar P_2 iese din bază;

c) $\alpha = 1$ și problema admite optim infinit;

d) $\alpha = -5$ și problema admite o infinitate de soluții.

BCU IAȘI CENTRU UNIVERSITAR LIBRARY

24. În tabelul Simplex de mai jos

B	C_B	P_0	2	2	-1	1	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
P_1	2	4	1	0	0	1	0	1
P_3	-1	1	0	-1	1	0	0	1
P_5	0	3	0	1	0	2	γ	1
z_j-c_j		f	0	α	β	1	0	1

constantele f, α, β, γ au următoarele valori:

a) $f=8$, $\alpha=-1$, $\beta=-1$, $\gamma=1$;

b) $f=7$, $\alpha=-1$, $\beta=1$, $\gamma=1$;

c) $f=7$, $\alpha=-1$, $\beta=0$, $\gamma=1$;

d) $f=10$, $\alpha=-1$, $\beta=0$, $\gamma=-1$.

25. În faza I a metodei celor două faze, valoarea optimă a funcției artificiale $g(\mathbf{x}^a)=1$. Atunci:

a) se trece la faza a doua;

b) problema inițială nu are soluție;

c) soluția optimă a fazei I este și soluția optimă a problemei inițiale;

d) se mai introduce o variabilă artificială.

26. Funcția artificială din metoda celor două faze:

a) depinde doar de variabilele artificiale introduse;

b) depinde atât de variabilele inițiale, cât și de cele artificiale;

c) are coeficienții variabilelor artificiale egali cu 1;

BCU "VICTOR ADAMACHI" UNIVERSITY LIBRARY

d) coincide cu funcția inițială la care se adaugă variabilele artificiale.

27. Problema artificială se atașează unei probleme de programare:

a) în formă canonică;
b) în formă standard;
c) pentru determinarea soluției optime a problemei inițiale;
d) pentru determinarea unei soluții de bază admisibile a problemei inițiale.

28. Din tabelul Simplex de mai jos pentru o problemă de programare liniară cu cerințe de minim:

B	C_B	P_0	-1	2	3	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	3	6	-3	0	1	-1	2
P_2	2	4	4	1	0	-1	-4
z_j-c_j		26	0	0	0	-5	-2

rezultă că:

a) problema are optim infinit;
b) $x_0 = (0,6,4,0,0)^T$ soluție optimă unică;
c) $x_0 = (0,3,2,0,0)^T$ soluție optimă unică;
d) $x_0 = (0,4,6,0,0)^T$ soluție optimă, dar nu este unică.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

29. Din tabelul Simplex de mai jos pentru o problemă de programare liniară cu cerințe de minim:

B	C_B	P_0	2	1	3	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	3	4	0	1	1	0	1
P_1	2	1	1	-1	0	0	-2
P_4	0	3	0	2	0	1	1
z_j-c_j		14	0	0	0	0	-1

rezultă că:

a) $x_0 = (1,0,4,3,0)^T$ este soluție optimă;

b) $x_0 = (4,1,3,0,0)^T$ este soluție optimă;

c) problema are o infinitate de soluții optime;

d) problema admite optim infinit.

30. În tabelul Simplex de mai jos pentru o problemă de programare liniară cu cerințe de minim:

B	C_B	P_0	2	0	-1	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	-1	3	2	0	1	-2	-2
P_2	0	1	3	1	0	1	3
z_j-c_j		-3	-4	0	0	2	2

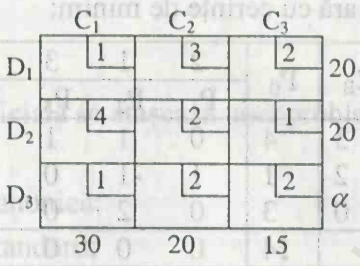
a) poate intra în bază P_4 sau P_5;

b) va ieşi din bază numai P_2;

c) poate ieşi din bază P_2 sau P_3;

d) soluția de bază admisibilă găsită este $x = (0,1,3,0,0)^T$

31. Problema de transport de forma:



este:

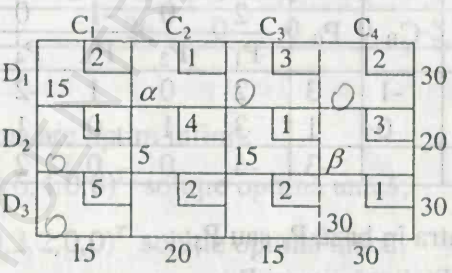
a) echilibrată, dacă $\alpha = 15$;

b) neechilibrată, dacă $\alpha = 15$;

c) echilibrată, dacă $\alpha = 25$;

d) echilibrată pentru $(\forall)\alpha > 0$, deoarece are același număr de depozite și de centre de desfacere.

32. Soluția de bază admisibilă a unei probleme de transport este dată de tabelul:



Atunci:

a) $\alpha = 30,\ \beta = 20$;

b) $\alpha = 15,\ \beta = 5$;

c) $\alpha = 15,\ \beta = 0$;

d) $\alpha = 20,\ \beta = 10$.

BCU ASE BUCUREȘTI UNIVERSITY LIBRARY

33. În rezolvarea unei probleme de transport metoda costului minim se aplică pentru determinarea:

a) valorii funcției obiectiv;
b) variabilei care intră în bază;
c) unei soluții de bază admisibile inițiale;
d) soluției optime.

34. Cantitățile δ_{ij} din criteriul de optim al problemelor de transport se calculează pentru:

a) toate celulele tabelului;
b) celulele bazice;
c) celulele nebazice;
d) celulele cu costuri minime.

35. Într-o problemă de transport ciclul celulei (1,3) care intră în bază este:

$$\begin{array}{ccc} & 10 & \\ (1,1) & \longrightarrow & (1,3) \\ \uparrow & & \downarrow \\ (2,1) & \longleftarrow & (2,3) \\ 5 & & 15 \end{array}$$

Atunci va ieși din bază variabila:

a) x_{11};
b) x_{21};
c) x_{23};
d) oricare dintre x_{11} și x_{23}.

BCU "I.C. CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

36. Soluția unei probleme de transport este optimă dacă:

a) $(\forall)\delta_{ij} > 0$;

b) $(\exists)\delta_{ij} \leq 0$;

c) $(\forall)\delta_{ij} \leq 0$;

d) $(\exists)\delta_{ij} \geq 0$.

37. O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport este dată de tabelul:

	C_1	C_2	C_3
D_1	2	1	3
	10	10	
D_2	1	4	2
		25	5
D_3	3	2	5
			15

Atunci:

a) cantitatea totală de marfă care trebuie transportată este de 65 u.m.;

b) cantitatea de marfă din depozitul D_2 este de 25 u.m.;

c) $\delta_{13} = 3$;

d) $\delta_{13} = -4$.

38. Fie problema de transport dată de următorul tabel:

	C_1	C_2	C_3	
D_1	2	3	3	20
D_2	4	3	2	20
D_3	1	5	2	30
	15	35	20	

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aplicând metoda costului minim se determină mai întâi valoarea lui:

a) x_{11};
b) x_{13};
c) x_{31};
d) x_{11} sau x_{31}.

39. O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport este degenerată dacă:

a) $(\exists)\delta_{ij} = 0$, cu (i, j) celulă nebazică;
b) $(\exists)x_{ij} = 0$, cu (i, j) celulă bazică;
c) $(\forall)x_{ij} = 0$, cu (i, j) celulă nebazică;
d) $(\forall)\delta_{ij} = 0$, cu (i, j) celulă nebazică.

40. Fie problema de transport:

	C_1	C_2	
D_1	2	1	20
D_2	1	3	20
	10	10	

Atunci problema:

a) este echilibrată deoarece numărul de depozite este egal cu numărul de centre de desfacere;
b) este echilibrată deoarece depozitele conțin aceeași cantitate de marfă;
c) este echilibrată deoarece centrele de desfacere solicită aceeași cantitate de marfă;
d) este neechilibrată.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

41. O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport cu 2 depozite și 5 centre de desfacere este degenerată dacă are:

a) 6 componente nenule;
b) 7 componente egale cu 0;
c) cel mult 5 componente nenule;
d) cel puțin 6 componente nenule.

42. Soluția optimă a unei probleme de transport este unică dacă cantitățile δ_{ij} corespunzătoare acesteia sunt toate:

a) strict pozitive;
b) strict negative;
c) egale cu 0;
d) diferite de 0.

43. Soluția unei probleme de transport este optimă dacă:

a) $(\forall)\delta_{ij} \geq 0$;
b) $(\exists)\delta_{ij} \geq 0$;
c) $(\forall)\delta_{ij} \leq 0$;
d) $(\exists)\delta_{ij} \leq 0$.

44. Fie soluția de bază admisibilă a unei probleme de transport dată de tabelul:

	C_1	C_2	C_3
D_1	2	1	3
	15	5	
D_2	1	4	2
		10	20

Atunci δ_{21} se calculează după relația:

a) $\delta_{21} = 1-2+1-4$;

b) $\delta_{21} = 0-15+5-10$;

c) $\delta_{21} = -1+2-1+4$;

d) $\delta_{21} = -0+15-5+10$.

45. Într-o problemă de transport va intra în bază variabila x_{ij} corespunzătoare cantității δ_{ij} dată de relația:

a) $\delta_{ij} = min\{\delta_{kl} > 0\}$;

b) $\delta_{ij} = max\{\delta_{kl} > 0\}$;

c) $\delta_{ij} = min\{\delta_{kl} < 0\}$;

d) $\delta_{ij} = max\{\delta_{kl} < 0\}$.

46. Soluția de bază inițială a unei probleme de transport este dată de tabelul:

	C_1	C_2
D_1	1 / 20	2
D_2	1 / 10	3 / 5
D_3	2	2 / 10

Atunci valoarea funcției obiectiv f, corespunzătoare acestei soluții este:

a) $f = 45$;

b) $f = 65$;

BCU "ION CREANGĂ" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $f=35$;

d) $f=55$.

47. Într-o problemă de transport cu m depozite şi m centre de desfacere, variabilele nebazice ale unei soluţii de bază admisibile sunt:

a) toate pozitive;

b) toate egale cu 0;

c) în număr de $2m-1$;

d) în număr de m^2-2m+1.

48. Într-o problemă de transport variabila x_{11} intră în bază şi are următorul ciclu:

$$\begin{array}{ccc} \theta = & & 15 \\ (1,1) & \longrightarrow & (1,2) \\ \uparrow & & \downarrow \\ (2,1) & \longleftarrow & (2,2) \\ 10 & & 5 \end{array}$$

Atunci:

a) $\theta=15$;

b) $\theta=5$;

c) $\theta=10$;

d) x_{21} iese din bază.

49. Într-o problemă de transport, noţiunea de ciclu se ataşează:

a) celulelor bazice;

b) celulelor nebazice;

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) tuturor celulelor;

d) numai celulelor care au costurile $c_{ij} < 0$.

50. Coeficienții funcției obiectiv a unei probleme de transport oarecare sunt:

a) numere reale oarecare;

b) toți egali cu 1;

c) numere nenegative;

d) egali cu 0 sau 1.

51. Pentru o problemă de programare liniară, care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

a) o soluție de bază admisibilă este punct extrem al mulțimii soluțiilor admisibile;

b) un punct extrem al mulțimii soluțiilor admisibile este o soluție de bază admisibilă;

c) orice soluție optimă este o soluție de bază admisibilă;

d) orice soluție de bază admisibilă este soluție optimă.

52. Într-o problemă de programare liniară se folosesc variabile de compensare când:

a) restricțiile sunt de forma "$\leq$";

b) restricțiile sunt de forma "$\geq$";

c) restricțiile sunt de forma "=";

d) termenii liberi sunt negativi.

BCU CLUJ-NAPOCA UNIVERSITY LIBRARY

53. O soluție de bază admisibilă are componente:
   a) nenegative;
   b) numai strict pozitive;
   c) negative;
   d) numere reale oarecare.

54. O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are mai multe soluții optime dacă:
   a) $z_j - c_j \leq 0$ și există vectori P_j care nu fac parte din baza cu $z_j - c_j = 0$, care au și coordonate strict pozitive;
   b) $z_j - c_j \leq 0$ și există vectori P_j care nu fac parte din baza cu $z_j - c_j = 0$, care au toate coordonatele strict negative;
   c) $z_j - c_j \leq 0$ și pentru vectorii P_j care nu fac parte din baza avem $z_j - c_j > 0$;
   d) există diferențe $z_j - c_j > 0$.

55. O problemă de programare liniară cu cerința de minim pentru funcția obiectiv, admite optim infinit dacă:
   a) există vectori P_j cu toate coordonatele negative, care nu fac parte din bază și pentru care $z_j - c_j > 0$;
   b) există vectori P_j cu coordonate pozitive care nu fac parte din bază și pentru care $z_j - c_j > 0$;
   c) $z_j - c_j \leq 0$ și există vectori P_j cu coordonate pozitive, care nu fac parte din baza și pentru care avem $z_j - c_j < 0$;

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

d) funcția obiectiv are coeficienți strict negativi.

56. În forma standard, o problemă de programare liniară are:
   a) numărul restricțiilor cel mult egal cu al necunoscutelor;
   b) numărul restricțiilor cel puțin egal cu al necunoscutelor;
   c) funcția obiectiv numai cu coeficienți pozitivi;
   d) termenii liberi ai sistemului de restricții, nuli.

57. Dacă matricea unei probleme de programare liniară în forma standard are rangul egal cu numărul restricțiilor, atunci:
   a) problema nu are soluții admisibile;
   b) restricțiile sunt independente;
   c) problema are optim infinit;
   d) se introduc variabile artificiale.

58. Pentru a aduce o problemă de programare liniară la forma standard, se folosesc variabile:
   a) artificiale;
   b) de compensare;
   c) negative;
   d) de bază.

59. Soluțiile admisibile ale unei probleme de programare liniară formează totdeauna o mulțime:
   a) finită;
   b) mărginită;
   c) convexă;
   d) nemărginită.

BCU INSTITUTUL VERSITAR LIBRARY

60. Soluțiile de bază admisibilă ale unei probleme de programare liniară formează o mulțime:
    a) finită;
    b) nemărginită;
    c) convexă;
    d) mărginită;

61. O soluție de bază admisibilă are numai componente:
    a) nenegative;
    b) strict pozitive;
    c) negative;
    d) artificiale.

62. Pentru aplicarea algoritmului Simplex, soluția de bază inițială a unei probleme de programare liniară trebuie să fie:
    a) degenerată;
    b) admisibilă;
    c) nedegenerată;
    d) cu toate componentele mai mici sau egale cu 0.

63. O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport cu m depozite și n centre ($m < n$) are:
    a) cel mult $m+n-1$ componente nenule;
    b) cel puțin $m+n-1$ componente nenule;
    c) cel mult $m+n-1$ componente negative;
    d) numai componente nenegative.

BCU "CAROL I" BUCUREȘTI UNIVERSITY LIBRARY

64. Pentru o problemă de transport care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:
   a) admite totdeauna o soluție de bază admisibilă;
   b) o soluție de bază admisibilă are cel puțin $m+n-1$ componente strict pozitive;
   c) are totdeauna optim finit;
   d) funcția obiectiv este pătratică.

65. Într-o problemă de transport metoda perturbării se aplică atunci când:
   a) soluția inițială este degenerată;
   b) pe parcursul rezolvării se obține o soluție degenerată;
   c) problema nu este echilibrată;
   d) problema are mai multe soluții optime.

66. O problemă de transport, pentru care există $\delta_{ij} = 0$ pentru o variabilă nebazică a soluției optime, are:
   a) optim infinit;
   b) mai multe soluții optime;
   c) soluție optimă unică;
   d) soluția inițială degenerată.

67. Metoda grafică de rezolvare a problemelor de programare liniară se aplică pentru probleme:
   a) cu cel puțin două necunoscute;
   b) cu cel mult două inecuații;
   c) cu două necunoscute;
   d) numai pentru probleme de minim.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

68. Pentru o problemă de programare liniară, mulțimea S_A a soluțiilor admisibile și mulțimea S_{AB} a soluțiilor admisibile de bază satisfac relațiile:

a) $S_A \subset S_{AB}$;

b) $S_A = S_{AB}$;

c) $S_A \supset S_{AB}$;

d) $S_A \cup S_{AB} = S_A$.

69. O problemă de programare liniară poate avea:

a) optim (finit sau nu) sau nici o soluție admisibilă;

b) numai optim finit;

c) numai o soluție optimă;

d) numai optim nenegativ.

70. Pentru a aplica algoritmul de rezolvare a unei probleme de transport trebuie ca:

a) problema să fie echilibrată și numărul depozitelor să fie egal cu al centrelor;

b) problema să fie echilibrată și să avem o soluție de bază inițială nedegenerată;

c) să avem o soluție de bază degenerată și mai multe depozite decât magazine;

d) soluția optimă să fie unică.

71. Pentru a rezolva o problemă de transport neechilibrată:

a) se introduce un nou depozit, dacă cererea este mai mare decât oferta;

BCU "MIHAIL KOGĂLNICEANU" IAȘI UNIVERSITY LIBRARY

b) se introduce un nou centru, dacă cererea este mai mică decât oferta;
c) se aplică metoda perturbării;
d) se introduc variabile de compensare.

72. Pentru o problemă de programare liniară care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:
a) orice soluție de bază admisibilă este soluție optimă;
b) orice soluție de bază este o soluție de bază admisibilă;
c) orice soluție optimă este o soluție admisibilă;
d) mulțimea soluțiilor admisibile este convexă.

73. Într-o problemă de programare liniară nu se folosesc variabile de compensare când:
a) restricțiile sunt de forma "≤";
b) restricțiile sunt de forma "≥";
c) restricțiile sunt de forma "=";
d) sistemul inițial de restricții este în forma standard.

74. O problemă de programare liniară *de minim* are mai multe soluții optime dacă avem satisfăcut criteriul de optim și:
a) există vectori P_j din bază, cu $z_j - c_j = 0$, care au coordonate pozitive;
b) există vectori P_j care nu fac parte din bază, cu $z_j - c_j = 0$, care au coordonate pozitive;

c) pentru vectorii P_j care nu fac parte din bază, avem $z_j - c_j < 0$;

d) există vectori P_j care nu fac parte din bază, cu $z_j - c_j = 0$, care au coordonate negative.

75. O problemă de programare liniară de *minim* admite optim infinit dacă:

a) criteriul de optim nu este satisfăcut şi vectorii din afara bazei au toate coordonatele negative;

b) criteriul de optim este satisfăcut şi vectorii din afara bazei au coordonatele negative;

c) criteriul de optim nu este satisfăcut şi vectorii din afara bazei au şi coordonate pozitive;

d) criteriul de optim este satisfăcut şi vectorii din bază au toate coordonatele pozitive.

76. O problemă de programare liniară de *minim* admite soluţie optimă unică dacă:

a) criteriul de optim este satisfăcut şi toţi vectorii din afara bazei au diferenţele $z_j - c_j < 0$;

b) criteriul de optim este satisfăcut şi toţi vectorii din afara bazei cu diferenţele $z_j - c_j = 0$ au şi coordonate pozitive;

c) criteriul de optim este satisfăcut şi vectorii din afara bazei cu diferenţele $z_j - c_j = 0$ au coordonatele negative;

d) criteriul de optim nu este satisfăcut şi toţi vectorii din afara bazei au diferenţele $z_j - c_j > 0$.

77. În forma standard, o problemă de programare liniară are:
    a) numărul restricțiilor cel mult egal cu al necunoscutelor;
    b) restricțiile de tip ecuație;
    c) restricțiile de tip inecuație;
    d) variabile artificiale.

78. Dacă matricea unei probleme de programare liniară în forma standard are rangul egal cu numărul restricțiilor atunci:
    a) problema are întotdeauna soluții de bază admisibile;
    b) restricțiile sunt independente;
    c) problema are soluție optimă unică;
    d) s-au introdus variabile artificiale.

79. Pentru a aduce o problemă de programare liniară la forma standard se folosesc:
    a) variabile artificiale;
    b) variabile de compensare;
    c) variabile de bază;
    d) transformări elementare.

80. Soluțiile optime ale unei probleme de programare liniară formează totdeauna o mulțime:
    a) finită;
    b) mărginită;
    c) convexă;
    d) finită și convexă.

BCU "MIHAIL KOGĂLNICEANU" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

81. O soluție de bază admisibilă nedegenerată are întotdeauna componentele principale:
    a) nenegative;
    b) strict pozitive;
    c) negative;
    d) egale cu 0.

82. O problemă de transport cu 3 centre și 4 depozite, are soluția de bază inițială nedegenerată, dacă aceasta are:
    a) 3 componente pozitive;
    b) 6 componente pozitive;
    c) 7 componente pozitive;
    d) 4 componente pozitive.

83. O problemă de programare liniară poate fi rezolvată cu algoritmul Simplex numai dacă:
    a) este în forma standard;
    b) numărul necunoscutelor este egal cu cel al restricțiilor;
    c) este echilibrată;
    d) funcția obiectiv are coeficienți nenegativi.

84. Pentru a rezolva o problemă de transport trebuie ca:
    a) numărul depozitelor să fie egal cu al centrelor;
    b) problema să fie echilibrată;
    c) soluția inițială să fie obligatoriu degenerată;
    d) costurile de transport să fie numere întregi.

BCU CLUJ / BABEȘ-BOLYAI UNIVERSITY LIBRARY

85. Metoda celor două faze se aplică:
   a) numai când problema inițială este de minim;
   b) pentru determinarea unei soluții de bază admisibile a problemei inițiale;
   c) pentru determinarea soluției optime a problemei inițiale;
   d) cu o funcție obiectiv diferită de funcția inițială.

86. O problemă de transport:
   a) are întotdeauna soluție optimă finită;
   b) poate avea optim infinit;
   c) poate avea mai multe soluții optime;
   d) este totdeauna echilibrată.

87. Pentru a determina soluția inițială a unei probleme de transport:
   a) se aplică metoda diagonalei;
   b) se aplică transformări elementare;
   c) se folosește întotdeauna metoda perturbării;
   d) problema trebuie să fie echilibrată.

88. Pentru aplicarea algoritmului Simplex este necesar ca:
   a) sistemul în forma standard să admită soluție unică:
   b) sistemul în forma standard să aibă cel puțin o soluție de bază admisibilă;
   c) coeficienții funcției obiectiv să fie nenegativi;
   d) problema inițială să fie obligatoriu de minim.

BCU "MIRCEA CEL BĂTRÂN" CONSTANȚA

89. Soluția unei probleme de transport este optimă dacă:

a) costurile de transport $c_{ij} \geq 0$;

b) toate cantitățile $\delta_{ij} \leq 0$;

c) toate cantitățile $\delta_{ij} \geq 0$;

d) există cantități $\delta_{ij} \geq 0$.

90. Criteriul de optim al unei probleme de programare de minim este satisfăcut dacă:

a) toate diferențele $z_j - c_j \leq 0$;

b) există diferențe $z_j - c_j \leq 0$;

c) toate diferențele $z_j - c_j \geq 0$;

d) toți vectorii P_j din afara bazei au diferențele $z_j - c_j \leq 0$.

91. O problemă de transport are optim infinit:

a) dacă se aplică metoda perturbării;

b) niciodată;

c) dacă toți $\delta_{ij} \leq 0$;

d) dacă există $\delta_{ij} > 0$.

92. O problemă de transport are întotdeauna:

a) optim finit;

b) cel puțin o soluție de bază admisibilă;

c) optim negativ;

d) o infinitate de soluții optime.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

93. Funcția obiectiv a problemei artificiale are:
    a) totdeauna optim finit;
    b) coeficienții mai mari decât 1;
    c) optim negativ;
    d) coeficienți nenegativi.

94. Dacă funcția artificială are optim strict pozitiv, atunci:
    a) problema inițială nu are soluții;
    b) în bază au rămas variabile artificiale;
    c) problema inițială are optim infinit;
    d) soluția optimă a problemei inițiale coincide cu soluția optimă a problemei artificiale.

95. Într-o problemă de transport coeficienții funcției obiectiv reprezintă:
    a) cheltuieli de depozitare;
    b) cheltuieli de desfacere;
    c) cheltuieli de transport;
    d) costuri de achiziție a mărfii de transportat.

96. Într-o problemă de transport vom avea costuri de transport egale cu 0, dacă:
    a) soluția inițială este degenerată;
    b) problema inițială este neechilibrată;
    c) problema are mai multe soluții optime;
    d) se aplică metoda perturbării.

BCU IASSY "GHEORGHE ASACHI" UNIVERSITY LIBRARY

97. Într-o problemă de transport va intra în bază variabila corespunzătoare lui:
   a) $\delta_{ij} > 0$, maxim;
   b) $\delta_{ij} > 0$, minim;
   c) $\delta_{ij} < 0$, maxim;
   d) $\delta_{ij} < 0$, minim.

98. Ciclul unei celule nebazice este format:
   a) din cel puțin 4 celule;
   b) din cel mult 4 celule;
   c) dintr-un număr par de celule;
   d) numai cu celule nebazice.

99. Problemele de transport:
   a) sunt cazuri particulare de probleme de programare liniară;
   b) au optim finit sau infinit;
   c) au numai optim finit;
   d) sunt totdeauna echilibrate.

100. Într-o problemă de transport criteriul de ieșire se aplică:
   a) celulelor cu număr impar din ciclul celulei care intră în bază;
   b) celulelor cu număr par din ciclul celulei care intră în bază;
   c) tuturor celulelor din ciclul celulei care intră în bază;
   d) celulelor cu costuri minime din ciclul celulei care intră în bază.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

Capitolul IV

Serii numerice. Serii de puteri

1. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, convergentă. Atunci, asociind termenii în grupe finite:
   a) seria poate deveni divergentă;
   b) seria rămâne convergentă;
   c) seria rămâne convergentă numai dacă $a_n \geq 0$, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$;
   d) suma seriei nu se modifică.

2. Care dintre următoarele operații poate modifica natura unei serii divergente:
   a) asocierea termenilor seriei în grupe finite;
   b) adăugarea unui număr finit de termeni la termenii seriei;
   c) eliminarea unui număr finit de termeni ai seriei;
   d) înmulțirea termenilor seriei cu un scalar nenul.

3. Suma unei serii convergente se modifică când:
   a) asociem termenii seriei în grupe finite;

b) adăugăm un număr finit de termeni pozitivi la termenii seriei;

c) suprimăm un număr finit de termeni ai seriei;

d) înmulțim termenii seriei cu un scalar nenul.

4. Fie seria numerică $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \mathbb{R}$. Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate:

a) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, atunci $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;

b) dacă $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, atunci $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

c) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge, atunci $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$;

d) dacă $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, atunci seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

5. Fie $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ șirul sumelor parțiale atașat seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Dacă $\lim_{n\to\infty} S_n = 2$, atunci:

a) seria converge;

b) seria diverge;

c) nu se poate preciza natura seriei;

d) seria are suma $S = 2$.

BCU "Victor Trivale" UNIVERSITY LIBRARY

6. Fie $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ şirul sumelor parţiale ataşat seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ şi $\lim_{n\to\infty} S_n = S$. Atunci seria:

   a) converge, dacă $S \neq \pm\infty$;
   b) diverge, dacă $S > 1$;
   c) diverge, dacă $S < 0$;
   d) converge, dacă $S = 1$.

7. Fie seria geometrică $\sum_{n=0}^{\infty} aq^n$, cu $a \neq 0$. Atunci seria:

   a) converge, pentru $q \in (-1,1)$;
   b) converge, pentru $q \in [-1,1]$;
   c) diverge, pentru $q > 0$;
   d) diverge, pentru $q \in (-\infty,-1] \cup [1,+\infty)$.

8. Seria armonică generalizată $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ este o serie:

   a) convergentă, dacă $\alpha > 0$;
   b) divergentă, dacă $\alpha < 0$;
   c) convergentă, dacă $\alpha > 1$;
   d) divergentă, dacă $\alpha = 1$.

9. Fie $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ şirul sumelor parţiale ataşat unei serii de termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $(a_n \geq 0)$. Atunci şirul $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este întotdeauna:

   a) mărginit;

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) monoton crescător;
c) monoton descrescător;
d) convergent.

10. Fie seriile cu termenii pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ și $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ astfel încât $a_n \le b_n$, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$. Atunci:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge dacă $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge;

b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge dacă $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

d) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

11. Fie seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \ge 0$ și seria armonică $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$. Atunci:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge dacă $a_n \ge \frac{1}{n}$;

b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge dacă $a_n \ge \frac{1}{n}$;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge dacă $a_n \le \frac{1}{n}$;

d) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge dacă $a_n \leq \frac{1}{n}$.

12. Fie seriile cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ și $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Dacă $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, atunci:

a) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (C);

b) nu se poate preciza natura seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, dacă seria $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (D);

c) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (D) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D);

d) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D), seria $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ poate fi convergentă sau divergentă.

13. Criteriile de comparație se aplică seriilor:

a) cu termeni oarecare;
b) cu termeni pozitivi;
c) cu termeni alternanți;
d) de puteri.

BCU "CONSTANTIN BRĂILOIU" UNIVERSITY LIBRARY

14. Fie seriile de termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ şi $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, care satisfac relaţia $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = k$. Atunci:

e) dacă $k \in (0,1)$, seriile au aceeaşi natură;

f) $k = 2$ şi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (C);

g) $k = 1$ şi $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (D) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D);

h) $k = \sqrt{2}$ şi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (C).

15. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$. Dacă $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, atunci:

a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$;

b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge;

d) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

16. Fie seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ şi notăm cu $\lambda_1 = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ şi $\lambda_2 = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$. Atunci:

a) dacă $\lambda_1 < 1 \Rightarrow \lambda_2 > 1$;

b) dacă $\lambda_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2$;

c) $\lambda_1 = \lambda_2$;

d) dacă $\lambda_2 = \sqrt{2} \Rightarrow \lambda_1 = \sqrt{2}$.

17. Pentru seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ avem $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$. Atunci:

a) pentru $\lambda \in [0,1) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge;

b) pentru $\lambda \in (0,1] \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

c) dacă $\lambda \geq 2 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge;

d) dacă $\lambda \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

18. Pentru seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ avem $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \sqrt{2}$. Atunci:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$;

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ diverge;

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\sqrt{2}$.

19. Fie $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, $a_n\geq 0$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=2$. Atunci:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ converge;

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$;

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=2$;

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ diverge;

20. Fie $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, $a_n\geq 0$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=\mu$. Atunci:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ (C) dacă $\mu\in(-\infty,1)$;

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ (C) numai dacă $\mu\in(0,1)$,

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) dacă $\mu = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D);

d) dacă $\mu \in (1,2) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C).

21. Seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ are şirul sumelor parţiale $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mărginit. Atunci:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

b) şirul $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge;

c) nu se poate preciza natura seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$;

d) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge dacă $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este monoton crescător.

22. În aplicarea criteriului lui Raabe-Duhamel seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ se cere calculul limitei:

a) $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_{n+1}}{a_n} - 1\right)$;

b) $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_{n+1}}{a_n} + 1\right)$;

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)$;

d) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}+1\right)$.

23. Fie seria alternată $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ cu $a_n \geq 0$. Criteriul lui Leibniz afirmă că seria:

a) converge, dacă $a_n \to 0$ monoton descrescător;

b) diverge, dacă $a_n \to 1$ monoton crescător;

c) converge, dacă şi numai dacă $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$;

d) diverge, dacă $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este monoton crescător.

24. Fie seria $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$, $a_n \geq 0$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$. Atunci seria converge dacă:

a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este monoton crescător;

b) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este monoton descrescător;

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$;

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}>1$.

25. Seria $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ este o serie alternată dacă:

a) $u_n \cdot u_{n+1} > 0$, $(\forall) n \in \mathbb{N}$;

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) $u_n \cdot u_{n+1} \leq 0,\ (\forall) n \in \mathbb{N}$;

c) $u_n = (-1)^n a_n,\ a_n \in \mathbb{R}$;

d) $u_n = (-1)^{n+1} a_n,\ a_n \geq 0$.

26. Fie seria de termeni oarecare $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \mathbb{R}$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

a) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (C);

b) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (C) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C);

c) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (D);

d) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (D) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C).

27. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \frac{1}{2}$. Atunci:

a) seria $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge;

b) seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

c) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{2}$;

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

d) nu se poate preciza natura seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

28. O serie cu termeni oarecare $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \mathbb{R}$ se numeşte semiconvergentă dacă:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D) şi $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (C);

b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C) şi $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (D);

c) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C) şi $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (C);

d) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D) şi $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (D).

29. Fie seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$. Atunci:

a) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (C) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (C);

b) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D) $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ (D);

c) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$;

d))dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (D) nu se poate preciza natura seriei $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

30. Seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ are limita

$\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=\mu$. Atunci, dacă:

a) $\mu=\frac{1}{2} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;

b) $\mu=1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge;

c) $\mu=0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge;

d) $\mu=3 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

31. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, $a_n \in \mathbb{R}$ are $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=1$. Atunci:

a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}=1$;

b) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}=1$;

c) seria converge pentru $x\in(-1,1)$;

d) seria converge pentru $x\in[-1,1]$.

32. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, $a_n \in \mathbb{R}$ are limita $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}=0$.

Atunci:

a) seria are raza de convergență $r=0$;

BCU "ASE" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) seria converge, pentru $(\forall)x\in\mathbb{R}$;

c) seria converge numai în $x=0$;

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=0$.

33. Seria de puteri $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-x_0)^n$ cu $a_n\in\mathbb{R}$, are $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=+\infty$. Atunci seria:

a) converge, $(\forall)x\in\mathbb{R}$;

b) diverge pentru $x=x_0$;

c) are raza de convergență $r=0$;

d) converge numai în pentru $x=x_0$.

34. Seria de puteri $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x+1)^n$ are raza de convergență $r=1$.

Atunci seria:

a) converge, pentru $x\in(-1,1)$;

b) converge, pentru $x\in(0,2)$;

c) converge, pentru $x\in(-2,0)$;

d) diverge, dacă $x\in(3,\infty)$.

35. Seria de puteri $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-x_0)^n$ are $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}=0$. Atunci seria:

a) converge, numai în $x=x_0$;

b) diverge, $(\forall)x\in\mathbb{R}^*$;

BCU „M. EMINESCU" IAȘI
BCU ȘTIINȚIFICĂ CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY

c) converge, numai pentru $x \in (-x_0, x_0)$;

d) converge, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.

36. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ are raza de convergență $r > 0$. Atunci teorema lui Abel afirmă că seria converge pe intervalul:

a) $(-x_0 - r, x_0 + r)$;

b) $(x_0 - r, x_0 + r)$;

c) $(-x_0 + r, x_0 + r)$;

d) $(-x_0 - r, -x_0 + r)$.

37. Fie seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ cu $\lim_{n \to \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \frac{1}{2}$. Atunci:

a) seria converge numai pentru $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$;

b) raza de convergență este $r = 2$;

c) raza de convergență este $r = \frac{1}{2}$;

d) seria diverge $(\forall) x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$.

38. Fie seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$. Atunci coeficienții seriei sunt dați de relația:

a) $a_n = (-1)^n$;

BCU "ASIC" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

b) $a_n = \frac{1}{n}$;

c) $a_n = (-1)^n \frac{1}{n}$;

d) $a_n = (-1)^n \frac{x^n}{n}$.

39. Fie r raza de convergență a seriei de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$. Atunci seria:

a) converge $(\forall) x \in \mathbb{R}$, dacă $r = +\infty$;

b) diverge $(\forall) x \in \mathbb{R}$, dacă $r = 0$;

c) converge întotdeauna în $x = 0$;

d) diverge $(\forall) x \in \mathbb{R}$, dacă $r = +\infty$.

40. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$ are raza de convergență $r = 1$. Atunci domeniul maxim de convergență al seriei este:

a) $x \in (-1,1)$;

b) $x \in (-1,1]$;

c) $x \in [-1,1)$;

d) $x \in [-1,1]$.

41. Fie seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, a cărei rază de convergență este $r > 0$ finită. Atunci:

a) seria converge, $(\forall) x \in (-r, r)$;

BCU ASE STUDENT LIBRARY

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=r$;

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}=\dfrac{1}{r}$;

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|}$.

42. Seria Taylor ataşată unei funcţii $f(x)$ în punctul x_0:

a) este o serie numerică;

b) este o serie de puteri;

c) are coeficienţii de forma $a_n=\dfrac{f^{(n)}(x_0)}{n}$;

d) are coeficienţii de forma $a_n=\dfrac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$.

43. Seria MacLaurin ataşată unei funcţii $f(x)$:

a) este o serie numerică;

b) este o serie de puteri centrată în $x_0\in\mathbb{R}$ oarecare;

c) este o serie de puteri centrată în 0;

d) este un caz particular de serie Taylor.

44. Fie $f:I\subseteq\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcţie oarecare. Care dintre condiţiile de mai jos sunt necesare pentru a-i ataşa acesteia o serie Taylor în punctul x_0:

a) obligatoriu, $x_0\in I$;

b) $f(x)$ admite derivate de orice ordin în x_0;

c) f derivabilă pentru $(\forall)x\in\mathbb{R}$;

d) $x_0\in\mathbb{R}$, oarecare.

BCU ARGEŞ UNIVERSITY LIBRARY

45. Coeficienții numerici ai unei serii MacLaurin atașate unei funcții $f(x)$ au forma:

a) $a_n = \frac{f(0)}{n!}$;

b) $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$;

c) $a_n = (-1)^n \frac{f^{(n)}(x)}{n!}$;

d) $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$.

46. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ satisface proprietatea $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$.

Atunci seria:

a) converge numai în $x = 1$;

b) diverge, $(\forall) x \in \mathbb{R}$;

c) converge, $(\forall) x \in (-1,1)$;

d) diverge, dacă $x \neq 1$.

47. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n$:

a) diverge, $(\forall) x \in \mathbb{R}$;

b) converge, pentru $x = 1$;

c) are raza de convergență $r = 1$;

d) converge, $(\forall) x \in (-1,1)$.

BCU "MIRCEA CEL BĂTRÂN" UNIVERSITY LIBRARY

48. Pentru a studia convergența unei serii alternate se aplică:
   a) criteriul raportului;
   b) criteriul lui Raabe-Duhamel;
   c) criteriul lui Leibniz;
   d) oricare dintre criteriile de convergență pentru serii numerice.

49. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ este convergentă pe $\mathbb{R}$ numai dacă:
   a) raza de convergență $r = 0$;
   b) raza de convergență $r = +\infty$;
   c) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 0$;
   d) $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$.

50. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ converge numai în x_0, dacă și numai dacă:
   a) raza de convergență $r = 0$;
   b) raza de convergență $r = +\infty$;
   c) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = +\infty$;
   d) $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$.

51. Fie seria numerică $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ pentru care $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Atunci seria:
   a) converge, $(\forall) a_n \in \mathbb{R}$;

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

b) converge, dacă $a_n \geq 0$;

c) diverge, $(\forall) a_n \in \mathbb{R}$;

d) nu se poate preciza natura seriei.

52. Dacă pentru şirul sumelor parţiale $\lim_{n\to\infty} S_n = 1$ atunci seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$:

a) este convergentă şi are suma $S = 1$;

b) este divergentă deoarece $\lim_{n\to\infty} S_n \neq 0$;

c) ar putea converge;

d) ar putea diverge.

53. Dacă pentru seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ şirul sumelor parţiale este mărginit, atunci seria:

a) este convergentă;

b) este divergentă;

c) poate fi convergentă sau divergentă;

d) diverge, dacă şirul sumelor parţiale este monoton crescător.

54. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ şi $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$. Atunci seria:

a) diverge, dacă $\lambda \geq 1$;

b) converge, dacă $\lambda < 1$;

c) converge, dacă $\lambda = 0$;

d) diverge, dacă $\lambda = 0$.

BCU IAŞI - CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

55. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ şi $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=\mu$. Atunci seria:

a) este divergentă, dacă $\mu = 0$;

b) este convergentă, dacă $\mu < 1$;

c) este divergentă, dacă $\mu > 1$;

d) este convergentă, dacă $\mu = +\infty$.

56. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, $a_n \geq 0$ şi $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Atunci seria:

a) este convergentă, conform criteriului lui Leibniz;

b) este divergentă, conform criteriului general de divergenţă;

c) este convergentă, dacă $a_n \geq a_{n+1}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;

d) este convergentă, dacă $a_n < a_{n+1}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

57. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ şi $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$. Atunci seria:

a) este convergentă şi are suma $S = 1$;

b) este divergentă;

c) este convergentă, dacă $a_n > 0$;

d) nu se poate preciza natura seriei; se aplică criteriul lui Raabe-Duhamel.

BCU "CAROL I" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

58. Seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ este divergentă dacă:

a) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;

b) $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$;

c) $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$;

d) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, $a_n \le a_{n+1}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

59. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \ge 0$ şi $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lambda$. Atunci seria:

a) este convergentă, pentru $\lambda > 1$;

b) este divergentă, pentru $\lambda > 1$;

c) este convergentă, pentru $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

d) este divergentă, dacă $\lambda = +\infty$.

60. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, cu $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = 0$. Atunci seria:

a) este convergentă, pentru $a_n \ge 0$;

b) este divergentă, pentru $a_n \ge 0$;

c) este convergentă, $(\forall) a_n \in \mathbb{R}$;

d) este divergentă, $(\forall) a_n \in \mathbb{R}$.

BCU "IOAN SLAVICI" TIMIŞOARA UNIVERSITY LIBRARY

61. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ și $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 0$. Atunci seria:

a) este convergentă, $(\forall)x \in \mathbb{R}$;

b) este divergentă, $(\forall)x \in \mathbb{R}$;

c) este convergentă, numai în $x = 0$;

d) este divergentă, pentru $(\forall)x < 0$.

62. Pentru seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ avem $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \rho$. Atunci raza de convergență r este:

a) $r = \frac{1}{\rho}$, dacă $0 < \rho < +\infty$;

b) $r = 0$, dacă $\rho = 0$;

c) $r = 0$, dacă $\rho = +\infty$;

d) $r = 1$, dacă $\rho = 1$.

63. Seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are raza de convergență $r = 0$. Atunci seria:

a) este convergentă, numai în $x = 0$;

b) este divergentă, $(\forall)x \in \mathbb{R}$;

c) este convergentă, pentru $x \in (0, \infty)$;

d) este convergentă, $(\forall)x \in \mathbb{R}$.

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

64. Dacă seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ are raza de convergenţă $r=0$, atunci seria:

a) este convergentă, $(\forall) x \in (-x_0, x_0)$;

b) este divergentă, $(\forall) x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$;

c) este convergentă, numai în $x = x_0$;

d) este divergentă, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.

65. Seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ are $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 0$. Atunci seria:

a) este convergentă, $(\forall) x \in \mathbb{R}$;

b) este divergentă, $(\forall) x \in (-x_0, x_0)$;

c) este divergentă, pentru orice $x > x_0$;

d) este convergentă, numai în $x = 0$.

66. Fie seria numerică $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Atunci seria:

a) converge, dacă $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;

b) converge, dacă şirul a_n converge;

c) diverge, dacă $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$;

d) converge, dacă a_n este crescător.

67. O serie cu termeni pozitivi:

a) este convergentă, dacă termenul general tinde la 0;

b) este divergentă, dacă termenul general nu tinde la 0;

c) are totdeauna şirul sumelor parţiale crescător;

d) converge totdeauna la 0.

68. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ şi $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$. Atunci seria:

a) diverge, dacă $\lambda > 2$;

b) converge, dacă $\lambda < 1$;

c) diverge, dacă $\lambda \neq 0$;

d) converge, dacă $\lambda = 1$.

69. Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ şi $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \mu$. Atunci seria este divergentă, dacă:

a) $\mu = 1$;

b) $\mu = \frac{1}{2}$;

c) $\mu > 1$;

d) $\mu = -\infty$.

70. O serie cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$:

a) converge, dacă $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$;

b) diverge, dacă $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$;

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) diverge, dacă $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$;

d) diverge, dacă $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

71. Seria $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ este:

a) convergentă, dacă $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$;

b) divergentă, dacă $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 2$;

c) convergentă, dacă $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$;

d) divergentă, dacă $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$.

72. Fie seria $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ cu $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = 0$. Atunci seria:

a) este convergentă, dacă $a_n \geq 0$;

b) este divergentă, dacă $a_n \geq 0$;

c) este convergentă dacă a_n este şir crescător;

d) este convergentă, oricare ar fi $a_n \in \mathbb{R}$.

73. O serie de puteri $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are raza de convergenţă $r = 2$.

Atunci seria:

a) converge pentru $x \in (-2, 2)$;

b) converge pentru $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$;

c) converge numai pentru $x=2$;

d) diverge, dacă $x>2$.

74. O serie de termeni pozitivi, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$:

a) converge, dacă $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$;

b) diverge, dacă $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \sqrt{2}$;

c) converge, dacă $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$;

d) diverge, dacă $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 2$.

75. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = +\infty$. Atunci seria:

a) converge, $(\forall) x \in \mathbb{R}$;

b) converge, numai pentru $x=0$;

c) converge, numai pentru $x>0$;

d) diverge, pentru $x \neq 0$.

76. Fie o serie oarecare cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ şi $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$. Atunci:

a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$

b) seria converge;

BCU "ASACHE" IAŞI UNIVERSITY LIBRARY

c) se aplică criteriul lui Raabe-Duhamel, pentru a se determina natura seriei;
d) seria diverge.

77. Seria armonică generalizată $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$ cu $\alpha\in\mathbb{R}$:

a) converge, dacă $\alpha=1$;
b) diverge, dacă $\alpha<1$;
c) diverge, dacă $\alpha=2$;
d) converge, dacă $\alpha=2$.

78. Fie seria cu termeni alternanți $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$, $a_n\geq 0$. Dacă $\lim_{n\to\infty} a_n=1$, atunci:

a) seria converge;
b) seria diverge, conform criteriului general de divergență;
c) seria converge conform criteriului lui Leibniz;
d) nu se poate preciza natura seriei.

79. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x+1)^n$, are raza de convergență $r=1$. Atunci seria:

a) converge, pentru $x\in(-1,1)$;
b) diverge, pentru $x\in(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$;
c) converge, pentru $x\in(0,2)$;
d) converge, pentru $x\in(-2,0)$.

BCU "ALEXANDRU IOAN CUZA" IAȘI LIBRARY

80. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$, are raza de convergență $r=1$.

Atunci seria:

a) converge, pentru $x \in (-1,1)$;

b) diverge, pentru $x \in (-\infty,0) \cup (2,+\infty)$;

c) converge, pentru $x \in (0,2)$;

d) converge, pentru $x \in (-2,0)$.

81. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$, are raza de convergență $r=\infty$.

Atunci seria:

a) converge, pentru $x \in (-1,1)$;

b) diverge, pentru $x>1$;

c) converge, pentru $x \in \mathbb{R}$;

d) diverge, pentru $x \neq 0$.

82. Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are raza de convergență $r=0$.

Atunci seria:

a) converge, $(\forall) x \in \mathbb{R}$;

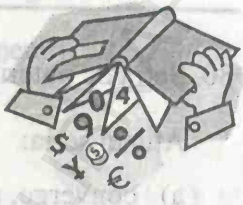
b) converge, numai pentru $x=0$;

c) diverge, numai pentru $x=0$;

d) diverge, $(\forall) x \in \mathbb{R}^*$.

BCU "CAROL I" UNIVERSITY LIBRARY

Capitolul V



Funcții reale de *n* variabile reale

1. Fie punctele $P_1(1,1), P_2(2,2) \in \mathbb{R}^2$. Atunci distanța dintre ele este egală cu:

   a) $d(P_1,P_2)=1$;

   b) $d(P_1,P_2)=2$;

   c) $d(P_1,P_2)=\sqrt{2}$;

   d) $d(P_1,P_2)=3$.

2. Fie punctele $P_1(x_1,x_2)$ și $P_2(y_1,y_2)\in \mathbb{R}^2$. Atunci distanța dintre ele se calculează conform formulei:

   a) $d(P_1,P_2)=\sqrt{(x_1+x_2)^2+(y_1+y_2)^2}$;

   b) $d(P_1,P_2)=\sqrt{(x_1-x_2)^2}+\sqrt{(y_1-y_2)^2}$;

   c) $d(P_1,P_2)=\sqrt{(x_1-y_1)^2+(x_2-y_2)^2}$;

   d) $d(P_1,P_2)=\sqrt{(x_1+y_1)^2+(x_2+y_2)^2}$.

BCU "CAROL I" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3. Fie $P(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$; atunci distanţa de la $O(0,0)$ la P este:

   a) $d(O,P) = \sqrt{(x_1 + x_2)^2}$;

   b) $d(O,P) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$;

   c) $d(O,P) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2}$;

   d) $d(O,P) = \sqrt{x_1^2 - x_2^2}$.

4. Fie şirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^2$ cu termenul general de forma $x_n = \left(\frac{1}{n}, \frac{n}{n+1}\right)$. Atunci:

   a) şirul converge la $x_0 = (1,1)$;

   b) limita şirului este $x_0 = (0,1)$;

   c) şirul diverge şi are limita $x_0 = (+\infty, 1)$;

   d) şirul nu are limită.

5. Fie şirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^2$ cu termenul general $x_n = \left(\frac{(-1)^n}{n}, \frac{n^2}{n+1}\right)$. Atunci:

   a) şirul converge şi are limita $x_0 = (0,1)$;

   b) şirul diverge şi are limita $x_0 = (0, +\infty)$;

   c) şirul diverge şi nu are limită;

   d) şirul converge la una din limitele $x_0 = (-1,1)$ sau $x_0 = (1,1)$.

BCU "CAROL I" TRANSILVANIA UNIVERSITY LIBRARY

6. Fie şirul de puncte $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathbb{R}^n$. Atunci şirul:

   a) converge, dacă cel puţin un şir al coordonatelor converge;

   b) converge, dacă toate şirurile coordonatelor converg;

   c) diverge, dacă cel puţin un şir al coordonatelor diverge;

   d) diverge, numai dacă toate şirurile de coordonate diverg.

7. Fie $f(x,y)$ o funcţie de două variabile şi notăm cu l_g limita globală, respectiv l_1, l_2 limitele parţiale ale acesteia într-un punct (x_0,y_0). Care din următoarele afirmaţii sunt adevărate?

   a) dacă $(\exists) l_g$ atunci $(\exists) l_1, l_2$ şi $l_1 = l_2 = l_g$;

   b) dacă $(\exists) l_1, l_2$ şi $l_1 = l_2$ atunci $(\exists) l_g$ şi $l_g = l_1 = l_2$;

   c) dacă $(\exists) l_1, l_2$ şi $l_1 \neq l_2$ atunci $(\nexists) l_g$;

   d) dacă $(\nexists) l_g$ atunci $(\nexists) l_1, l_2$.

8. Fie $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ şi $(x_0, y_0) \in D$. Atunci derivata parţială a lui $f(x, y)$ în raport cu variabila x în punctul (x_0, y_0) se calculează cu relaţia:

   a) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} \dfrac{f(x,y) - f(x_0,y_0)}{x - x_0}$;

   b) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x,y_0) - f(x_0,y_0)}{x - x_0}$;

   c) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim\limits_{y\to y_0} \dfrac{f(x_0,y) - f(x_0,y_0)}{y - y_0}$;

BCU "CAROL I" BUCUREŞTI LIBRARY

d) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x, y) - f(x_0, y_0)}{x - x_0}$.

9. Fie funcția $f(x, y) = \dfrac{x^2}{y}$. Atunci:

a) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{2x}{y}$;

b) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x$;

c) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = -\dfrac{2x}{y^2}$;

d) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = -\dfrac{x^2}{y^2}$.

10. Derivatele parțiale ale funcției $f(x, y) = \ln(xy)$ sunt:

a) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{1}{xy}$;

b) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{1}{x}$;

c) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = \dfrac{1}{xy}$;

d) $\dfrac{\partial f}{\partial y} = \dfrac{1}{y}$.

BCU "ȘTIINȚIFICĂ CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY

11. Fie funcția $f(x,y)=xy^2$, care dintre următoarele egalități sunt corecte?

a) $\frac{\partial f}{\partial x}=2xy$;

b) $\frac{\partial f}{\partial x}=y^2$;

c) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=2y$;

d) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=0$.

12. Diferențiala de ordinul I a funcției $f(x,y)=xy^2$ calculată în punctul $P_0(1,2)$ are expresia:

a) $\mathrm{d}f(P_0)=2\mathrm{d}x+4\mathrm{d}y$;

b) $\mathrm{d}f(P_0)=4\mathrm{d}x+2\mathrm{d}y$;

c) $\mathrm{d}f(P_0)=4\mathrm{d}x+4\mathrm{d}y$;

d) $\mathrm{d}f(P_0)=2\mathrm{d}x+2\mathrm{d}y$.

13. Diferențiala de ordin I a funcției $f(x,y)=xy^2+2x^3y$ în punctul $P_0(1,1)$ are expresia:

a) $\mathrm{d}f(P_0)=3\mathrm{d}x+5\mathrm{d}y$;

b) $\mathrm{d}f(P_0)=7\mathrm{d}x+4\mathrm{d}y$;

c) $\mathrm{d}f(P_0)=4\mathrm{d}x+7\mathrm{d}y$;

d) $\mathrm{d}f(P_0)=\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$.

BCU "SPIRU HARET" UNIVERSITY LIBRARY

14. Diferențiala de ordin I a funcției $f(x,y)=xe^y$ are expresia:

a) $\mathrm{d}f(x,y)=e^y\mathrm{d}x+xye^y\mathrm{d}y$;

b) $\mathrm{d}f(x,y)=x\mathrm{d}x+e^y\mathrm{d}y$;

c) $\mathrm{d}f(x,y)=e^y\mathrm{d}x+xe^y\mathrm{d}y$;

d) $\mathrm{d}f(x,y)=xe^y\mathrm{d}x+xye^y\mathrm{d}y$.

15. Fie $f(x,y)$ o funcție care satisface criteriul lui Schwarz și care are $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=xy^2$. Atunci:

a) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=x^2y$;

b) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=xy^2$;

c) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=x^2y$;

d) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=xy^2$.

16. Fie $H(x,y)=\begin{pmatrix}6x & -2\\ -2 & 6y\end{pmatrix}$ hessiana atașată funcției $f(x,y)$. Dacă $P_1(2,-1)$ și $P_2(-2,-1)$ sunt puncte critice ale lui f, atunci:

a) P_1, P_2 sunt puncte de maxim;

b) P_1 este punct de maxim și P_2 este punct de minim;

c) P_1 nu este punct de extrem, iar P_2 este punct de maxim;

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

d) P_1 este punct de minim, iar P_2 nu este punct de extrem.

17. Punctele critice ale funcției $f(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$ se obțin:

a) rezolvând ecuația $f(x,y)=0$;

b) cu ajutorul hessianei atașate funcției f;

c) rezolvând sistemul $\begin{cases}\dfrac{\partial f}{\partial x}=0\\ \dfrac{\partial f}{\partial y}=0\end{cases}$;

d) ca soluții ale sistemului $\begin{cases}\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=0\\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0\end{cases}$.

18. Funcția $f(x,y)$ are derivatele parțiale ordinul I de forma: $\dfrac{\partial f}{\partial x}=y^2+2x\ln y$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}=2xy+\dfrac{x^2}{y}$. Atunci:

a) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=y^2+2\ln y$;

b) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$;

c) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=2x-\dfrac{x^2}{y^2}$;

d) $H(x,y)=\begin{pmatrix} 2\ln y & 2y+\dfrac{2x}{y} \\ 2\left(y+\dfrac{x}{y}\right) & 2x-\dfrac{x^2}{y^2} \end{pmatrix}$.

19. Funcţia $\begin{cases} f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R} \\ f(x,y)=xy+1 \end{cases}$ are:

a) punctul critic $P(-1,1)$;
b) o infinitate de puncte critice;
c) un singur punct critic;
d) hessiana de forma: $H(x,y)=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

20. Funcţia $\begin{cases} f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R} \\ f(x,y)=x+y-1 \end{cases}$ are:

a) punctul critic $P(1,1)$;
b) nici un punct critic;
c) un punct de minim;
d) un punct de maxim.

21. Fie $H(P_0)=\begin{pmatrix} 2\alpha & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix}$ hessiana ataşată funcţiei $f(x,y)$ în punctul critic P_0. Atunci P_0:

a) este punct de minim local, dacă $\alpha=\beta=1$;
b) este punct de maxim local, dacă $\alpha=-1$, $\beta=-2$;

BCU IAŞI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) nu este punct de extrem local, dacă $\alpha = 1$ și $\beta = 2$;

d) este punct de maxim local, dacă $\alpha = -3$, $\beta = 2$.

22. Fie P_0 un punct critic al funcției $f(x, y)$ și hessiana corespunzătoare acestuia de forma: $H(P_0) = \begin{pmatrix} 3 & 2\alpha \\ 2\alpha & 1 \end{pmatrix}$.

Atunci P_0 va fi punct de minim pentru funcția f dacă:

a) $\alpha = 0$;

b) $\alpha = -1$;

c) $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

d) $\alpha = \frac{1}{2}$.

23. Hessiana funcției $f(x, y)$ în punctul critic P_0, este de forma: $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ -\beta & -1 \end{pmatrix}$. Atunci P_0 este punct de maxim local pentru f dacă:

a) $\alpha - 1 < 0, \quad \alpha - \beta^2 > 0$;

b) $\alpha > 0, \quad -\alpha + \beta^2 < 0$;

c) $\alpha < 0, \quad \alpha + \beta^2 > 0$;

d) $\alpha < 0, \quad \alpha - \beta^2 > 0$.

BCU IAȘI CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

24. Hessiana funcției $f(x,y)$ în punctul critic P_0, are forma: $H(P_0)=\begin{pmatrix} \alpha+2 & -\sqrt{2}\alpha \\ -\sqrt{2}\alpha & \alpha^2 \end{pmatrix}$. Atunci P_0 este punct de minim local pentru f dacă:

a) $\alpha+2>0$ şi $\alpha^3+4\alpha^2>0$;

b) $\alpha>-2$ şi $\alpha^3>0$;

c) $\alpha<-2$ şi $\alpha^3+4\alpha^2>0$;

d) $\alpha+2>0$ şi $\alpha^3<0$.

25. Dacă funcția $f(x,y)$ are derivatele parțiale de ordinul I de forma $\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x}=x(x+2y-1) \\ \dfrac{\partial f}{\partial y}=y(2x+y-1) \end{cases}$, atunci f are:

a) un punct critic;

b) două puncte critice;

c) o infinitate de puncte critice;

d) patru puncte critice.

26. Fie $H(P_0)=\begin{pmatrix} \alpha & 2-\alpha \\ 2-\alpha & 1 \end{pmatrix}$ hessiana funcției $f(x,y)$ în punctul critic P_0. Atunci pentru:

a) $\alpha=-1 \Rightarrow P_0$ este punct de maxim local;

b) $\alpha=4 \Rightarrow$ nu se poate preciza natura lui P_0.

BCU "ȘTIINȚA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow P_0$ nu este punct de extrem local;

d) $\alpha = 3 \Rightarrow P_0$ este punct de minim local

27. Hessiana ataşată funcţiei $f(x, y)$ are forma $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y^3 & 6xy^2 \\ 6xy^2 & 6x^2y^2 \end{pmatrix}$. Atunci diferenţiala de ordin II a funcţiei are forma:

a) $d^2 f(x, y) = 2y^3 dx^2 + 6xy^2 dxdy + 6x^2 y^2 dy^2$;

b) $d^2 f(x, y) = 2y^3 dx^2 + 6x^2 y^2 dxdy + 6xy^2 dy^2$;

c) $d^2 f(x, y) = 2y^3 dx^2 + 12xy^2 dxdy + 6x^2 y^2 dy^2$;

d) nu putem scrie diferenţiala de ordin II deoarece nu se cunoaşte forma funcţiei $f(x, y)$.

28. Diferenţiala de ordin I a funcţiei $f(x, y)$ are forma $df(x, y) = (x + y)dx + (x + 2)dy$. Atunci funcţia $f(x, y)$:

a) nu are puncte critice;

b) are punctele critice $P_1(0,0)$ şi $P_2(-2,0)$;

c) are punctul critic unic $P(-2,2)$;

d) are cel puţin două puncte critice.

29. Fie $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$ hessiana ataşată funcţiei $f(x, y)$. Atunci diferenţiala de ordin II a funcţiei f are forma:

a) $d^2 f(x, y) = 2ydx^2 + 2xdxdy + 2xdy^2$;

b) $d^2 f(x, y) = 4xdxdy + 2ydy^2$;

c) $d^2 f(x,y) = 2ydx^2 + 2xdxdy$;

d) $d^2 f(x,y) = 2ydx^2 + 4xdxdy$.

30. Fie $H(x,y) = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$ hessiana atașată funcției $f(x,y)$. Dacă $P_1(1,-1)$ și $P_2(-1,1)$ sunt punctele critice ale lui f, atunci:

a) P_1 punct de maxim, P_2 punct de minim;

b) P_1 nu este punct de extrem, P_2 este punct de maxim;

c) P_1, P_2 nu sunt puncte de extrem local;

d) P_1 este punct de maxim, P_2 nu este punct de extrem local.

31. Fie $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha + 1 \end{pmatrix}$ hessiana corespunzătoare funcției $f(x,y,z)$ în punctul critic P_0. Atunci:

a) P_0 este punct de minim local, dacă $\alpha > 1$;

b) P_0 este punct de maxim local, dacă $\alpha < 1$;

c) P_0 nu este punct de extrem local, dacă $\alpha = \frac{1}{2}$;

d) P_0 este punct de maxim local, dacă $\alpha = -2$.

32. Fie P_0 punct critic al funcției $f(x,y)$ și $d^2 f(P_0) = -2dx^2 + dy^2$. Atunci:

a) P_0 este punct de minim local;

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ

b) P_0 este punct de maxim local;
c) P_0 nu este punct de extrem local;
d) nu putem preciza natura lui P_0.

33. Fie P_0 un punct critic al funcției $f(x,y)$ și $d^2 f(P_0) = 4dx^2 - dxdy + dy^2$. Atunci:
a) P_0 este punct de minim local;
b) P_0 este punct de maxim local;
c) P_0 nu este punct de extrem local;
d) nu putem preciza natura lui P_0.

34. Fie P_0 un punct critic al funcției $f(x,y,z)$ și $d^2 f(P_0) = dx^2 + 4dy^2 + d^2 z$. Atunci:
a) P_0 este punct de minim local;
b) P_0 este punct de maxim local;
c) P_0 nu este punct de extrem local;
d) nu putem preciza natura lui P_0.

35. Funcția $f(x,y)$ are derivatele parțiale de ordin I de forma $\frac{\partial f}{\partial x} = x^2 + 3x + 2$, respectiv $\frac{\partial f}{\partial y} = y^2 - 1$. Atunci numărul punctelor critice ale lui f este:
a) 1;
b) 2;
c) 3;
d) 4.

36. Diferențiala de ordin I a funcției $f(x,y,z)=xy+y^2z$ are forma:

a) $df(x,y,z)=(y+y^2z)dx+(x+2yz)dy+(xy+y^2)dz$;

b) $df(x,y,z)=ydx+(x+2yz)dy+y^2dz$;

c) $df(x,y,z)=xdx+ydy+zdz$;

d) $df(x,y,z)=ydx+(x+y^2z)dy+(xy+y^2)dz$.

37. Diferențiala de ordin I a funcției $f(x,y,z)=xyz$ are forma:

a) $df(x,y,z)=xydx+yzdy+yzdz$;

b) $df(x,y,z)=xzdx+xydy+yzdz$;

c) $df(x,y,z)=yzdx+xzdy+xydz$;

d) $df(x,y,z)=xdx+ydy+zdz$.

38. Funcția oarecare $f(x,y,z)$ satisface condițiile din criteriul lui Schwarz. Atunci au loc egalitățile:

a) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$;

b) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial z}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial z\partial x}$;

c) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial z}$;

d) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial z}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial z\partial y}$.

39. Fie funcția $f(x,y)=\dfrac{x^2+y^2+x-y}{x+y}$ și $l_1=\lim\limits_{x\to 0}\left(\lim\limits_{y\to 0} f(x,y)\right)$, $l_2=\lim\limits_{y\to 0}\left(\lim\limits_{x\to 0} f(x,y)\right)$ limitele iterate ale funcției în $O(0,0)$. Atunci:

a) l_1, l_2 nu există;

b) $l_1=l_2=1$;

c) $l_1=l_2=-1$;

d) $l_1=1$, $l_2=-1$.

40. Fie funcția $f(x,y)=e^{xy}$. Atunci:

a) $\dfrac{\partial f}{\partial x}=e^{xy}$;

b) $\dfrac{\partial f}{\partial x}=xe^{xy}$;

c) $\dfrac{\partial f}{\partial x}=ye^{xy}$;

d) $\dfrac{\partial f}{\partial x}=xye^{xy}$.

41. Fie funcția $f(x,y)=e^{x+y}$. Atunci:

a) $\dfrac{\partial f}{\partial x}=(x+y)e^{x+y}$;

b) $\dfrac{\partial f}{\partial x}=xe^{x+y}$;

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $\frac{\partial f}{\partial x} = ye^{x+y}$;

d) $\frac{\partial f}{\partial x} = e^{x+y}$.

42. Fie $H(P_0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ hessiana atașată funcției $f(x, y, z)$ în punctul critic P_0. Atunci:

a) P_0 este punct de minim;
b) P_0 este punct de maxim;
c) P_0 nu este punct de extrem local;
d) nu se poate preciza natura lui P_0.

43. Fie funcția $f(x, y, z) = x + y + z$. Atunci:

a) funcția f are un singur punct critic;
b) funcția f nu are puncte critice;
c) funcția f nu are puncte de extrem local;
d) hessiana atașată funcției $H(x, y, z)$ coincide cu matricea unitate.

44. Dacă $P_0(x_0, y_0)$ este punct critic pentru funcția $f(x, y)$ atunci:

a) P_0 este punct de extrem local pentru $f(x, y)$;
b) $\frac{\partial f}{\partial x}(P_0) = 0$ și $\frac{\partial f}{\partial y}(P_0) = 0$;

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $df(P_0)=0$;

d) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(P_0)=\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(P_0)$.

45. Fie $H(P_0)=\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \beta & 0\end{pmatrix}$ hessiana ataşată funcţiei $f(x,y)$ în punctul critic P_0. Atunci, dacă:

a) $\alpha>0,\ \beta>0 \Rightarrow P_0$ punct de minim local;

b) $\alpha<0,\ \beta<0 \Rightarrow P_0$ punct de maxim local;

c) $\alpha<0,\ \beta>0 \Rightarrow P_0$ punct de maxim local;

d) $\alpha>0,\ \beta<0 \Rightarrow P_0$ punct de minim local.

46. Fie $H(x,y)=\begin{pmatrix}2y^3 & 6xy^{\alpha}\\ \beta xy^2 & 6x^2y\end{pmatrix}$ matricea hessiană ataşată funcţiei $f(x,y)$. Atunci, dacă funcţia $f(x,y)$ satisface criteriul lui Schwarz, avem:

a) $\alpha=3,\ \beta=6$;

b) $\alpha=2,\ \beta=6$;

c) $\alpha=1,\ \beta=2$;

d) $\alpha=2,\ \beta=2$.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

47. Fie $H(x,y,z)=\begin{pmatrix} 2y & 2x & \alpha \\ \beta x & 0 & 3z^2 \\ 0 & \gamma z^2 & 6yz \end{pmatrix}$ hessiana ataşată funcției $f(x,y,z)=x^2y+yz^3$. Deoarece f satisface criteriul lui Schwarz, avem:

a) $\alpha=2,\ \beta=3,\ \gamma=6$;

b) $\alpha=0,\ \beta=3,\ \gamma=3$;

c) $\alpha=0,\ \beta=2,\ \gamma=3$;

d) $\alpha=2,\ \beta=6,\ \gamma=3$.

48. Metoda multiplicărilor lui Lagrange se foloseşte la determinarea punctelor de extrem local, în cazul funcțiilor:

a) cu cel mult două necunoscute;

b) care satisfac criteriul lui Schwarz;

c) care au mai multe puncte critice;

d) ale căror variabile sunt supuse la o serie de legături.

49. Fie funcția $f(x,y)=x^2+y^2$ cu variabilele satisfăcând legătura $x+y=1$. Atunci funcția lui Lagrange ataşată are expresia:

a) $L(x,y)=x^2+y^2+\lambda(x+y)$;

b) $L(x,y)=x^2+y^2+x+y-1$;

c) $L(x,y)=x^2+y^2+\lambda(x+y-1)$;

d) $L(x,y)=x+y-1+\lambda(x^2+y^2)$.

BCU IASI CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

50. Criteriul lui Schwarz afirmă că funcția $f(x, y)$ are:

a) derivatele parțiale de ordinul întâi egale;
b) derivatele parțiale de ordinul doi egale;
c) derivatele parțiale mixte de ordinul doi egale;
d) derivatele de ordinul întâi sunt continue.

51. Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

a) orice punct critic este punct de extrem local;
b) orice punct de extrem local este punct critic;
c) într-un punct critic derivatele parțiale de ordinul întâi sunt nule;
d) punctele de extrem local se găsesc printre punctele critice.

52. O funcție $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ are întotdeauna:

a) n derivate parțiale de ordinul I;
b) n derivate de ordinul I egale;
c) n derivate parțiale de ordinul II mixte;
d) n^2 derivate parțiale de ordinul II.

53. O funcție $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ are întotdeauna:

a) cel mult n puncte critice;
b) cel puțin n puncte de extrem local;
c) numărul de puncte critice este același cu cel al punctelor de extrem;
d) numărul punctelor critice și de extrem nu depind de n.

BCU IASI CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

54. Hessiana atașată funcției oarecare $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$:

a) este o matrice pătratică de ordin n;

b) este formată cu derivatele parțiale de ordinul I ale funcției;

c) are toate elementele de pe diagonala principală, egale;

d) este formată cu derivatele parțiale de ordinul II ale funcției.

55. Punctul $P_0 \in \mathbb{R}^n$ este punct critic pentru funcția $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ dacă derivatele parțiale:

a) de ordinul I sunt egale în P_0;

b) de ordinul II sunt continue în P_0;

c) de ordinul I se anulează în P_0;

d) de ordinul II de anulează în P_0.

56. Fie $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Criteriul lui Schwarz afirmă că:

a) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$;

b) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\partial f}{\partial y}$;

c) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$;

d) derivatele parțiale de ordin II sunt continue.

57. Criteriul lui Schwarz implică faptul că funcția $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ are:

a) matricea hessiană simetrică;

BCU INSTITUTUL UNIVERSITAR LIBRARY

b) derivatele parţiale de ordinul II mixte, egale;
c) puncte de extrem local;
d) puncte critice.

58. O funcţie oarecare $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ are:
a) cel mult n puncte critice;
b) cel puţin n puncte de extrem local;
c) n puncte de minim şi n puncte de maxim;
d) numărul punctelor critice şi de extrem nu depinde de n.

59. Dacă punctul P_0 este punct de maxim pentru funcţia f, atunci:
a) $d^2 f(P_0)$ este pozitiv definită;
b) $d^2 f(P_0)$ este negativ definită;
c) $d^2 f(P_0) = 0$;
d) P_0 este punct critic pentru f.

60. Dacă punctul P_0 este punct de minim pentru funcţia f, atunci:
a) $d^2 f(P_0)$ este pozitiv definită;
b) $d^2 f(P_0)$ este negativ definită;
c) $d^2 f(P_0) = 0$;
d) P_0 este punct critic pentru f.

61. Dacă Δ_1, Δ_2 sunt minorii diagonali ai hessienei $H(P_0)$, atunci punctul critic $P_0(x_0, y_0)$ este punct de minim dacă:
a) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 > 0$;

b) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 < 0$;

c) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 < 0$;

d) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 > 0$.

62. Dacă Δ_1, Δ_2 sunt minorii diagonali ai hessienei $H(P_0)$, atunci punctul critic $P_0(x_0, y_0)$ este punct de maxim dacă:

a) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 > 0$;

b) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 < 0$;

c) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 < 0$;

d) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 > 0$.

63. Dacă $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ sunt minorii diagonali ai hessienei $H(P_0)$, atunci punctul critic $P_0(x_0, y_0, z_0)$ este punct de maxim dacă:

a) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 > 0,\ \Delta_3 > 0$;

b) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 > 0,\ \Delta_3 < 0$;

c) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 < 0,\ \Delta_3 > 0$;

d) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 < 0,\ \Delta_3 < 0$.

64. Dacă $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ sunt minorii diagonali ai hessienei $H(P_0)$, atunci punctul critic $P_0(x_0, y_0, z_0)$ este punct de minim dacă:

a) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 > 0,\ \Delta_3 > 0$;

b) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 > 0,\ \Delta_3 < 0$;

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

c) $\Delta_1 > 0,\ \Delta_2 < 0,\ \Delta_3 > 0$;

d) $\Delta_1 < 0,\ \Delta_2 < 0,\ \Delta_3 < 0$.

65. O funcție oarecare $f(x, y)$ are:

a) 2 derivate parțiale de ordinul I și 2 derivate parțiale de ordinul II;

b) 2 derivate parțiale de ordinul I și 4 derivate parțiale de ordinul II;

c) 4 derivate parțiale de ordinul I și 2 derivate parțiale de ordinul II;

d) 2 derivate parțiale de ordinul II mixte (dreptunghiulare).

66. O funcție oarecare $f(x, y, z)$ are:

a) 3 derivate parțiale de ordinul I și 3 derivate parțiale de ordinul II;

b) 3 derivate parțiale de ordinul I și 6 derivate parțiale de ordinul II;

c) 3 derivate parțiale de ordinul I și 9 derivate parțiale de ordinul II;

d) 6 derivate parțiale de ordinul II mixte (dreptunghiulare).

67. Punctele critice ale funcției $f(x, y)$:

a) sunt soluțiile ecuației $f(x, y) = 0$;

BCU "MIHAIL EMINESCU" TIMIȘOARA UNIVERSITY LIBRARY

b) sunt soluțiile sistemului $\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases}$;

c) sunt soluțiile sistemului $\begin{cases} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \end{cases}$;

d) sunt întotdeauna în număr de două.

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BIBLIOGRAFIE

1. Diaconița, V., Manolachi, A., Rusu, Ghe., Spînu, M., *Matematici aplicate în economie*, Editura Sedcom Libris, Iași, 2003.

2. Diaconița, V., Rusu, Ghe., Spînu, M., *Matematici aplicate în economie*, Editura Universității „Al.I. Cuza", Iași, 2004.

3. Diaconița, V., *Matematici aplicate în economie – probleme și exerciții*, Editura Paralela 45, București, 2002.

Bun de tipar: noiembrie 2004

Tipografia Sedcom Libris Iași

ISO 9001:2000

Șos. Moara de Foc nr. 4, cod 700572, Iași, România

Tel.: 0232.234.582, 239.218, 242.877;

Fax.: 0232.233.080

B.C.U. "M. EMINESCU" IAȘI

BCU IAȘI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

„ Nu există nici un domeniu al matematicii, oricât de abstract ar fi el, care să nu se dovedească cândva aplicabil la fenomenele lumii reale."

N. I. Lobacevski

„Miracolul ştiinţei este că poate edifica o matematică atât de abstractă, dar care apoi se dovedeşte capabilă de a se aplica în mod eficace la legile naturii."

H. Cartan

I.S.B.N.: 973-670-080-1

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITARĂ

11.00